

# Geometria de Posição – I

## 1. POSIÇÕES RELATIVAS

### a) Entre Retas

<p>Paralelas Coincidentes</p> <p><math>r = s</math></p>	<p>Paralelas Distintas</p> <p><math>r \subset \alpha; s \subset \alpha; r \cap s = \emptyset</math></p>
<p>Concorrentes</p> <p><math>r \cap s = \{P\}</math></p>	<p>Reversas</p> <p><math>\nexists \alpha \supset r, s</math></p>

### b) Entre Reta e Plano

<p>Contida</p> <p><math>r \cap \alpha = r</math></p>	<p>Incidente</p> <p><math>r \cap \alpha = \{P\}</math></p>	<p>Paralela</p> <p><math>r \cap \alpha = \emptyset</math></p>
--	--	---

### c) Entre Planos

<p>Paralelos Coincidentes</p> <p><math>\alpha = \beta</math></p>	<p>Paralelos Distintos</p> <p><math>\alpha \cap \beta = \emptyset</math></p>	<p>Secantes</p> <p><math>\alpha \cap \beta = r</math></p>
--	--	---

## 2. PRINCIPAIS POSTULADOS E TEOREMAS

### a) Da Determinação da Reta

Dois pontos distintos determinam uma reta

### b) Da Determinação de Planos

<p>Três pontos não colineares</p>	<p>Uma reta e um ponto não pertencente a ela</p>
<p>Duas retas concorrentes</p>	<p>Duas retas paralelas distintas</p>

### c) Da Inclusão

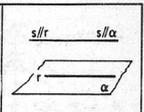
Se dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, a reta está contida nesse plano.

### d) Da Unicidade

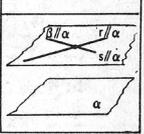
<p>Por P é única a reta s paralela a r</p>	<p>Por P é único o plano beta paralelo a alpha</p>
--	--

### e) Do Paralelismo

Se uma reta não contida em um plano é paralela a uma reta do plano então ela é paralela ao plano.

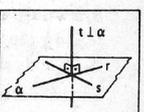


Se um plano contém duas retas concorrentes entre si e paralelas a outro plano então os planos são paralelos.

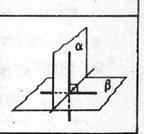


### f) Do Perpendicularismo

Se uma reta forma ângulo reto com duas concorrentes de um plano então ela é perpendicular ao plano.



Se um plano contém uma reta perpendicular a outro plano então os dois planos são perpendiculares.



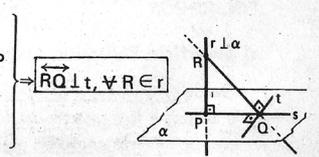
### g) Das Três Perpendiculares

$r \perp \alpha$ , em P

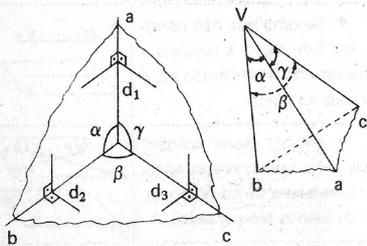
$s \subset \alpha$  por P

$t \perp s$ , em  $\alpha$

$Q \neq P$



4. DIEDROS E TRIEDROS



a, b e c são arestas  
 $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  são faces  
 $d_1, d_2$  e  $d_3$  são diedros (ângulos entre faces).

São válidas as seguintes desigualdades:

- $0^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 360^\circ$
- $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$
- $180^\circ < d_1 + d_2 + d_3 < 540^\circ$
- $d_1 + 180^\circ > d_2 + d_3$

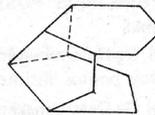
5. SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS E POLIEDROS

a) Superfícies Poliédricas Abertas

Sendo V o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces, para as superfícies poliédricas convexas abertas e con-

xas é válida a seguinte relação:

$$V - A + F = 1$$



b) Superfícies Poliédricas Fechadas

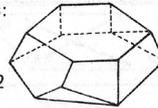
• Para todo poliedro convexo e para alguns poliedros não convexas é válida a seguinte relação:

$$V - A + F = 2 \text{ (Euler)}$$

No Poliedro da figura temos:

$$V = 13, A = 21 \text{ e } F = 10$$

$$V - A + F = 13 - 21 + 10 = 2$$



• Em todo poliedro Euleriano ( $V - A + F = 2$ ) a soma de todos os ângulos de todas as faces é  $360^\circ (V - 2)$ .

c) Poliedros de Platão

É todo poliedro Euleriano ( $V - A + F = 2$ )

onde:

- A quantidade de arestas nos vértices é constante.
- A quantidade de lados nas faces é constante.

Existem somente 5 poliedros de Platão: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro (THODI).

e) Poliedros Regulares

São poliedros de Platão cujas faces são polígonos regulares. São eles:

<p><b>Tetraedro Regular</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faces triangulares</li> <li>• <math>V = 4; A = 6; F = 4</math></li> </ul>	
<p><b>Hexaedro Regular ou Cubo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faces quadrangulares</li> <li>• <math>V = 8; A = 12; F = 6</math></li> </ul>	
<p><b>Octaedro Regular</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faces triangulares</li> <li>• <math>V = 6; A = 12; F = 8</math></li> </ul>	
<p><b>Dodecaedro Regular</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faces pentagonais</li> <li>• <math>V = 20; A = 30; F = 12</math></li> </ul>	
<p><b>Icosaedro Regular</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• faces triangulares</li> <li>• <math>V = 12; A = 30; F = 20</math></li> </ul>	

