Álgebra – Limites

1. LIMITE DE UMA FUNÇÃO

L é o limite da função f, quando x tende ao ponto a, se, e somente se:

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = L \quad \text{e} \quad \lim_{x \to a^-} f(x) = L$$

2. FUNÇÃO CONTÍNUA

f é contínua no ponto $a \in D(f)$ se, e somente se $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

3. FUNÇÃO DESCONTÍNUA

f é descontínua no ponto $a \in D(f)$ se, e somente se, ou $\nexists \lim_{x \to a} f(x)$ ou $\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$.

4. LIMITE TRIGONOMÉTRICO FUNDAMENTAL

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1 \text{ (x em radianos)}$$

5. LIMITE EXPONENCIAL FUNDAMENTAL

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

6. PROPRIEDADES DOS LIMITES

a) O limite de uma função $f: A \to \mathbb{R}$, se existir é unico.

b) Sejam f, g e h três funções tais que: $g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x), \forall x \neq a$

$\lim_{x \to a} g(x) = b$

$\lim_{x \to a} h(x) = b$

Pode-se concluir que $\lim_{x \to a} f(x) = b$

7. OPERAÇÕES

a) $\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$

b) $\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$

c) $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

d) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$ (se $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$)

8. LIMITES INFINITOS

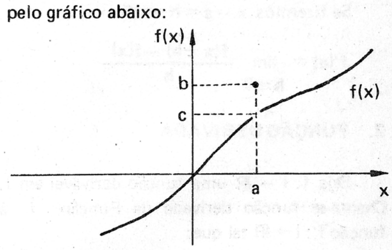
a) Se $\lim f(x) = 0$ e se para x "muito próximo de a" $f(x) \neq 0$ então:

$\lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)} = \pm\infty$ ou $\nexists \lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)}$

b) Se $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ então $\lim_{x \to a} \frac{1}{f(x)} = 0$

Exemplo:

Analise a continuidade da função descrita pelo gráfico abaixo:



observamos que:

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to a^+} f(x) = c \\ \lim_{x \to a^-} f(x) = c \\ f(a) = b \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to a} f(x) = c \neq f(a) = b$$

logo:

A função é descontínua em a, apesar de existir o $\lim_{x \to a} f(x)$.