

# Álgebra – Fatoração

## 1. DEFINIÇÃO

Fatorar é transformar uma soma de duas ou mais parcelas num produto de dois ou mais fatores.

## 2. CASOS TÍPICOS

### 1º caso: FATOR COMUM

$$ax + bx = x \cdot (a + b)$$

### 2º caso: AGRUPAMENTO

$$ax + bx + ay + by = x \cdot (a + b) + y \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (x + y)$$

### 3º caso: DIFERENÇA DE QUADRADOS

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

### 4º caso: QUADRADO PERFEITO

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2$$

### 5º caso: SOMA e DIFERENÇA DE CUBOS

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

### 6º caso: CUBO PERFEITO

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b) \cdot (a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^3$$

### 7º caso: TRINÔMIO DO 2º GRAU

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  são as raízes da equação  $ax^2 + bx + c = 0$

### 8º caso: UM ARTIFÍCIO

$$a^4 + a^2 + 1 = a^4 + 2a^2 + 1 - a^2 = (a^2 + 1)^2 - a^2 = (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)$$

## 3. EXEMPLOS

### 1. Fatorar $x^2 - 5x + 6$

As raízes da equação  $x^2 - 5x + 6 = 0$  são  $r_1 = 2$  e  $r_2 = 3$ ; o coeficiente  $a = 1$

Logo:

$$x^2 - 5x + 6 = 1(x - 2)(x - 3)$$

### 2. $x^2z^2 + y^2w^2 - x^2w^2 - y^2z^2 =$

$$= x^2(z^2 - w^2) - y^2(z^2 - w^2) =$$

$$= (x^2 - y^2)(z^2 - w^2). \text{ Pode-se continuar a fatoração por diferença de quadrados } (x^2 - y^2)(z^2 - w^2) = (x + y)(x - y)(z + w)(z - w)$$

### 3. Fatore desenvolvendo:

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 =$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) =$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) - 3ab(a - b) =$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 - 3ab) =$$

$$= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) =$$

$$= (a - b)(a - b)^2 = (a - b)^3$$

