Álgebra – Equações Algébricas

1. DEFINIÇÃO

$$F(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

2. T.F.A.

Toda equação de grau estritamente positivo admite no campo complexo **pelo menos uma raiz.**

3. T. DA DECOMPOSIÇÃO

$$F(x) = a_0 (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \ldots (x - r_n).$$

4. DE 2 E 3 CONCLUÍMOS

Toda equação de grau estritamente positivo admite no campo complexo **pelo menos uma raiz** e no **máximo n raizes.**

5. RELAÇÕES DE GIRARD

$$\boxed{\begin{array}{l} r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n = -\dfrac{a_1}{a_0} \\ r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_1 r_4 + \ldots = +\dfrac{a_2}{a_0} \\ r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 r_4 + \ldots = -\dfrac{a_3}{a_0} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \ldots \cdot r_n = (-1)^n \cdot \dfrac{a_n}{a_0} \end{array}}$$

6. RAÍZES RACIONAIS

Se $\dfrac{p}{q}$ é raiz de $F(x) = 0$ de coeficientes inteiros então **p é divisor de a_n** e **q é divisor de a_0**.

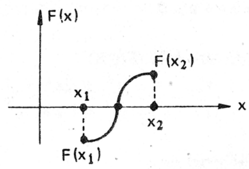
Obs.: $\dfrac{p}{q}$ é fração irredutível.

7. RAÍZES MÚLTIPLAS

Se r é raiz de multiplicidade $\boxed{m}$ de $F(x) = 0$ será também raiz de **$F'(x) = 0$ com multiplicidade** $\boxed{m-1}$.

8. RAÍZES REAIS

$\boxed{F(x_1) \cdot F(x_2) < 0}$ $\Rightarrow$ **número ímpar** de raízes reais no intervalo x_1 ——— x_2.



9. RAÍZES COMPLEXAS

Se $\boxed{z = a + bi}$, com $b \neq 0$, é raiz de uma equação de coeficientes reais então $\boxed{\bar{z} = a - bi}$ também é. Além disso **z** e **$\bar{z}$** são raízes de mesma multiplicidade.

Conseqüência: Toda equação algébrica de coeficientes reais e grau **ímpar** sempre admite **pelos menos uma raiz real.**

10. EQUAÇÕES RECÍPROCAS

a) $\begin{cases} \text{De 1ª espécie se: } a_0 = a_n;\ a_1 = a_{n-1};\ \ldots \\ \text{De 2ª espécie se: } a_0 = -a_n;\ a_1 = -a_{n-1};\ \ldots \end{cases}$

b) Os números 1 e -1 geralmente são raízes.

c) Colocando em evidência os fatores correspondentes ao item (b), recai-se numa equação recíproca de 1ª espécie e grau par: para resolver esta existe um "artifício".

d) Se $a \neq 0$ é raiz de uma equação recíproca então $\dfrac{1}{a}$ também é.