Álgebra – Complexos

1. FORMA ALGÉBRICA

$z = x + yi$, com $x, y \in \mathbb{R}$ e $i^2 = -1$

2. OPERAÇÕES NA FORMA ALGÉBRICA

a) Adição:
$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

b) Subtração:
$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

c) Multiplicação:
$(a + bi) . (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

d) Divisão: (supondo $c + di \neq 0$)

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} =$$

$$= \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} . i$$

e) Potências de i:

$e_1)$ $\boxed{i^0 = 1}$ $\boxed{i^1 = i}$ $\boxed{i^2 = -1}$ $\boxed{i^3 = -i}$

$e_2)$ $n \,\underline{|\,4}$, $r \,|\, q$ $\Rightarrow \boxed{i^n = i^r}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

$e_3)$ $i^n \in \{1, i, -1, -i\}$, $\forall n \in \mathbb{Z}$

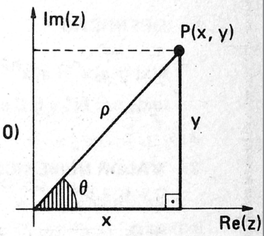
3. IGUALDADE

$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c$ e $b = d$

4. CONJUGADO

Se $z = x + yi$ então o conjugado de z é o complexo $\overline{z}$ tal que: $\overline{z} = x - yi$.

5. FORMA TRIGONOMÉTRICA E REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA



a) Módulo: $|z| = \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

b) Argumento: é o ângulo θ, tal que $\theta \in 0 \vdash 2\pi$ e $\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x}{\rho} \\ \operatorname{sen}\theta = \dfrac{y}{\rho} \end{cases}$ $(\rho \neq 0)$

c) Forma Trigonométrica: $z = \rho . (\cos\theta + i . \operatorname{sen}\theta)$

6. OPERAÇÕES NA FORMA TRIGONOMÉTRICA

a) Multiplicação: $z_1 . z_2 = (\rho_1 . \rho_2) . [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i . \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)]$

b) Divisão: $\dfrac{z_1}{z_2} = (\dfrac{\rho_1}{\rho_2}) . [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i . \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2)]$

c) Potenciação: $z^n = \rho^n . [\cos(n\theta) + i . \operatorname{sen}(n\theta)]$

d) Radiciação: $z_k = \sqrt[n]{\rho} . [\cos(\dfrac{\theta}{n} + \dfrac{2\pi}{n} . k) + i . \operatorname{sen}(\dfrac{\theta}{n} + \dfrac{2\pi}{n} . k)]$, com $k \in \{0, 1, 2, \ldots n-1\}$

Conclusões:

a) Todo complexo $z \neq 0$ admite no campo complexo **n raízes n-ésimas.**

b) Todas as raízes n-ésimas de z possuem o **mesmo módulo**, que vale $\sqrt[n]{\rho}$.

c) Os argumentos das raízes n-ésimas de z são os **n primeiros termos de uma P.A.** cujo primeiro termo é $\dfrac{\theta}{n}$ e cuja razão é $\dfrac{2\pi}{n}$.