

1. FATORIAL

$$\begin{cases} 0! = 1 \\ n! = n \cdot (n-1)!, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

2. NÚMERO BINOMIAL

Definição:

$$\begin{cases} n \geq k \Rightarrow \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ n < k \Rightarrow \binom{n}{k} = 0 \end{cases} \quad (n, k \in \mathbb{N})$$

Propriedades:

a) Binomiais complementares são iguais

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

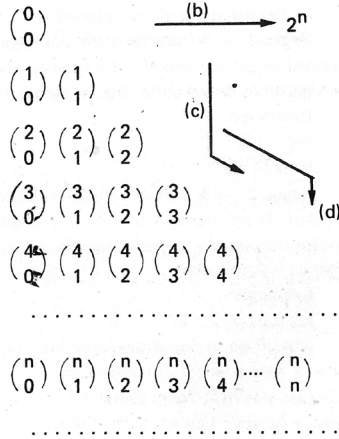
b) Relação de STIFEL

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

c) Relação de FERMAT

$$\binom{n}{k+1} = \frac{n-k}{k+1} \cdot \binom{n}{k}$$

3. TRIÂNGULO DE PASCAL



4. APLICAÇÕES

a) A relação de STIFEL pode ser memori-

zada assim:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

$$\begin{matrix} | | \\ \binom{n+1}{k+1} \end{matrix}$$

b) Soma na linha

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

c) Soma na coluna

$$\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \dots + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

d) Soma na diagonal

$$\binom{k}{0} + \binom{k+1}{1} + \binom{k+2}{2} + \dots + \binom{n}{n-k} = \binom{n+1}{n-k}$$



5. TEOREMA DO BINÔMIO

$$a) (x + y)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n \cdot y^0 + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot y^2 + \dots + \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k + \dots + \binom{n}{n} \cdot x^0 \cdot y^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k$$

b) Cálculo dos coeficientes

A maneira mais prática de calcular os coeficientes é lembrar que o primeiro é **sempre igual a 1** e os demais são calculados a partir do anterior pela relação de Fermat:

$$(cada\ coeficiente) \times (expoente\ de\ x) \div (expoente\ de\ y\ aumentado\ de\ 1) = coeficiente\ seguinte$$

c) Termo Geral

O termo de ordem $k + 1$ do desenvolvimento, feito segundo os expoentes decrescentes de x , é: $T_{k+1} = \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k$

O termo de ordem $k + 1$ do desenvolvimento, feito segundo os expoentes crescentes de x , é: $T_{k+1} = \binom{n}{k} \cdot x^k \cdot y^{n-k}$

d) Número de parcelas: o desenvolvimento de $(x + y)^n$ tem $n + 1$ parcelas.

e) Soma de Coeficientes: a soma dos coeficientes numéricos do desenvolvimento de $(ax + by)^n$, com a e b constantes é $(a + b)^n$

6. ARRANJOS

São agrupamentos que diferem entre si ou pela **natureza** ou pela **ordem** de seus elementos.

a) Cálculo dos arranjos simples:

$$A_{n,k} = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}_{k\text{ fatores}} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

b) Cálculo dos arranjos com repetição

$$A_{n,k}^* = \underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k\text{ fatores}} = n^k$$

7. PERMUTAÇÃO

São agrupamentos que diferem entre si apenas pela **ordem** dos seus elementos.

As permutações são um caso particular dos arranjos em que $n = k$

a) Cálculo das permutações simples

$$P_n = A_{n,n} \Rightarrow P_n = n!$$

b) Cálculo das permutações com elementos repetidos.

$$P_n^{\alpha, \beta} = \frac{n!}{\alpha! \beta!}$$

8. COMBINAÇÕES

São agrupamentos que diferem entre si apenas pela **natureza** de seus elementos.

a) Cálculo das combinações simples

$$C_{n,k} = \frac{A_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

b) Cálculo das combinações com repetição

$$C_{n,k}^* = C_{n+k-1, k}$$

