Álgebra – Função Logarítmica

1. DEFINIÇÃO

$$\boxed{\log_a N = \alpha \iff a^\alpha = N}$$

sendo: **N** o logaritmando, **b** a base e α o LOGARITMO.

2. CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA

$$\boxed{N > 0 \ ; \ a > 0 \ ; \ a \neq 1}$$

3. CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO

a) $\log_a 1 = 0$ b) $\log_a a = 1$ c) $a^{\log_a N} = N$

4. PROPRIEDADES

a) $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$

b) $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$

c) $\log_a (N^m) = m \cdot \log_a N$

d) $\log_a \sqrt[m]{N} = \frac{1}{m} \cdot \log_a N$

5. COLOGARITMO

$\text{colog}_a N = \log_a \frac{1}{N} = -\log_a N$

6. MUDANÇA DE BASE

$$\boxed{\log_a N = \frac{\log_c N}{\log_c a}} \quad (1 \neq c > 0)$$

7. LOGARITMOS DECIMAIS

a) Logaritmo decimal de um número positivo N, pode ser escrito na forma:

$$\boxed{\log N = c + m}$$

onde: $c \in Z$ é a **característica** e

$0 \leqslant m < 1$ é a **mantissa**, sendo m encontrado na Tábua de Logaritmos.

b) **Determinação da característica:**

Regra I – A característica do **logaritmo** decimal de um número $N > 1$ é igual ao número de algarismos de sua parte inteira, menos 1.

Exemplos:

$\log 2 = 0, \ldots$

$\log 231 = 2, \ldots$

Regra 2 – A característica do **logaritmo** decimal de um número $0 < N < 1$ é igual ao oposto do número de zeros que precedem o 1º algarismo significativo.

Exemplos:

$\log 0{,}02 = -2 + 0, \ldots = \overline{2}, \ldots$

Obs.: **Para se passar um logarítmo negativo para a forma mista** (característica negativa e mantissa positiva), **basta somar 1 à sua parte decimal e subtrair 1 de sua parte inteira.**

c) **Propriedade da mantissa**

Multiplicando-se ou dividindo-se um número positivo por 10, 100, 1000, etc., a mantissa do seu **logaritmo** decimal NÃO SE ALTERA.

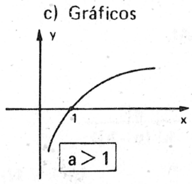
8. FUNÇÃO LOGARÍTMICA

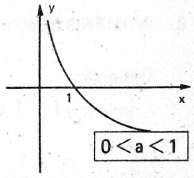
a) Definição

$f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_a x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

b) A função logarítmica é a INVERSA da função exponencial, pois: $y = a^x \iff x = \log_a y$

c) Gráficos





d) A função logarítmica é INJETORA, ou seja:

$$\boxed{\log_a x_1 = \log_a x_2 \iff x_1 = x_2 > 0}$$

e) Se $\boxed{a > 1}$ então:

$$\boxed{\log_a x_1 < \log_a x_2 \iff 0 < x_1 < x_2}$$

pois a função é ESTRITAMENTE CRESCENTE.

f) Se $\boxed{0 < a < 1}$ então

$$\boxed{\log_a x_1 < \log_a x_2 \iff x_1 > x_2 > 0}$$

pois a função é ESTRITAMENTE DECRESCENTE.