

Ondulatória - I

NOÇÕES GERAIS DE ONDAS

1. PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DE UMA ONDA

Uma onda promove a transmissão de energia, sem propagação de matéria.

2. NATUREZA DAS ONDAS

Mecânicas: Requerem um meio material para se propagar.

Ex.: som, ondas numa corda ou mola, ondas em superfícies líquidas.

As ondas mecânicas não se propagam no vácuo.

O som não se propaga no vácuo.

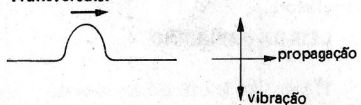
Eletromagnéticas: Podem se propagar em alguns meios materiais e também no vácuo.

Ex.: Luz, raios X, microondas, ondas de rádio e TV, ondas de radar, raios LASER.

A luz pode se propagar no vácuo.

3. ONDAS QUANTO ÀS DIREÇÕES DE VIBRAÇÃO E PROPAGAÇÃO

Transversais:



A direção de vibração é perpendicular à de propagação.

Ex.: Ondas em cordas, todas as ondas eletromagnéticas.

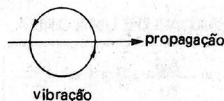
Longitudinais:



A direção de vibração é a mesma de propagação.

Ex.: Som nos fluídos, ondas numa mola de pois de sucessivas compressões.

Mistas:



Ex.: Ondas em superfícies líquidas, som nos sólidos.

4. VELOCIDADES DA LUZ E DO SOM

A luz é o ente físico mais veloz que existe. Sua velocidade de propagação no vácuo é máxima e vale, aproximadamente:

$$c = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Num meio de índice de refração n , a velocidade da luz é dada por:

$$v = \frac{c}{n}$$

Quanto ao som, temos:

$$V_{\text{ar}} \cong 340 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{água}} \cong 1500 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{cristais}} \cong 6000 \text{ m/s}$$

ESTUDO MATEMÁTICO DA ONDA

1. FREQUÊNCIA (f)

É o número de vibrações por unidade de tempo.

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

2. PERÍODO (T)

É o intervalo de tempo correspondente a uma vibração (oscilação) completa.

3. RELAÇÃO ENTRE f e T

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

$$\text{unidade (f)} = \frac{1}{\text{unidade (t)}}$$

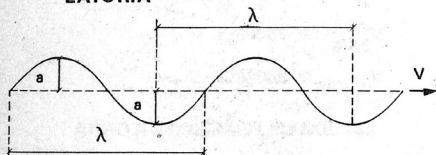
Para t em segundos:

$$\text{unidade (f)} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} = \text{hertz (Hz)}$$

$$1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz} \quad \text{e} \quad 1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$



4. RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA



a = amplitude
 λ = comprimento de onda (distância percorrida pela perturbação durante um período)
 v = velocidade de propagação

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

5. EQUAÇÃO DA ONDA HARMÔNICA

Dá a elongação y de um ponto P de abscissa x em função do tempo t .

$$y = a \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

6. FASE DA ONDA

$$\varphi = 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0$$

φ_0 = fase inicial da origem: $\varphi (x = 0; t = 0)$

7. DEFASAGEM ENTRE DOIS PONTOS

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

Pontos em **concordância de fase**:

$$\Delta\varphi = 2k\pi \quad (\text{par de } \pi)$$

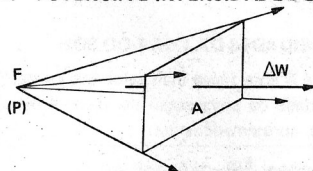
Pontos em **oposição de fase**:

$$\Delta\varphi = (2k - 1)\pi \quad (\text{ímpar de } \pi)$$

8. PULSAÇÃO DE UMA ONDA

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

9. POTÊNCIA E INTENSIDADE DE ONDA



Sendo ΔW a quantidade de energia transportada pela onda que atravessa a superfície de área A no intervalo de tempo Δt , temos:

Potência:
$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Intensidade:
$$I = \frac{P}{A} = \frac{\Delta W}{A \Delta t}$$

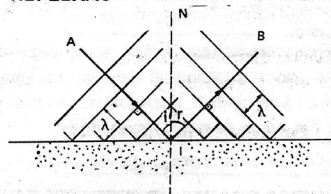
Propriedade:
$$I = K a^2 \quad (a = \text{amplitude})$$

Para ondas esféricas:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi x^2}$$

REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS

1. REFLEXÃO



É o fenômeno pelo qual uma onda retorna ao meio de origem, após incidência em superfície refletora.

2. LEIS DA REFLEXÃO

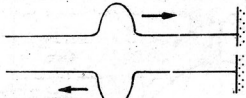
1ª Lei: AI, N e IB são coplanares.

2ª Lei: $r = i$



3. PROPRIEDADES DA REFLEXÃO

- a) A frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda não variam.
 b) A fase da onda pode variar ou não.
 b₁) Reflexão com inversão da Fase

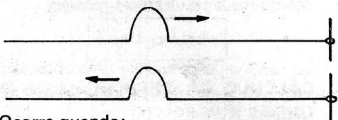


Ocorre quando:

Ondas Mecânicas: A rigidez e inércia do meio de destino são maiores que as do meio de origem.

Ondas Eletromagnéticas: O meio de destino é mais refringente que o meio de origem.

- b₂) Reflexão sem Inversão de Fase



Ocorre quando:

Ondas Mecânicas: A rigidez e inércia do meio de destino são menores que as do meio de origem.

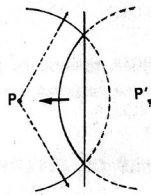
Ondas Eletromagnéticas: O meio de destino é menos refringente que o meio de origem.

Obs.: Entenda-se por "meio de destino"

como sendo aquele para onde a onda iria se não houvesse reflexão.

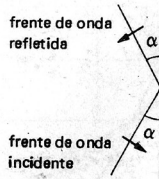
4. REFLEXÃO DE PULSOS NA SUPERFÍCIE DA ÁGUA

4.1. Pulso Circular



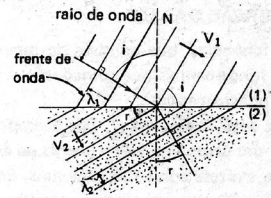
Os centros P e P' são simétricos em relação à superfície refletora.

4.2. Pulso Reto



5. REFRAÇÃO

É o fenômeno pelo qual uma onda passa de um meio para outro diferente.



6. ÍNDICE DE REFRAÇÃO DE UM MEIO

$$n = \frac{v_{\text{vácuo}}}{v_{\text{meio}}} = \frac{v_0}{v}$$

7. ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

8. PROPRIEDADES DA REFRAÇÃO

Na refração a frequência da onda e a fase não se alteram.

9. LEIS DA REFRAÇÃO

1ª Lei: O raio incidente, a reta normal no ponto de incidência e o raio refratado são coplanares.

2ª Lei: (Lei de Snell – Descartes)

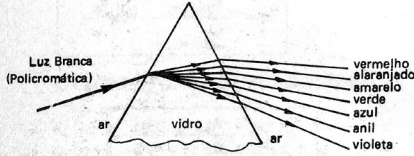
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$



10. DISPERSÃO DA LUZ

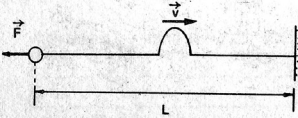
É o fenômeno que consiste da separação das cores fundamentais que compõem um feixe luminoso policromático.

A luz solar (luz branca), por exemplo, ao atravessar um prisma de vidro imerso no ar, decompõe-se em sete cores fundamentais. Em ordem de frequências crescentes: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.



A explicação da dispersão da luz branca num prisma está ligada ao fato de o prisma apresentar índices de refração diferentes para as cores componentes do espectro.

11. VELOCIDADE DE UMA ONDA TRANSVERSAL NUMA CORDA (OU MOLA) TENSA – FÓRMULA DE TAYLOR



$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

$$\rho = \frac{m}{L} \quad (\text{densidade linear da corda})$$

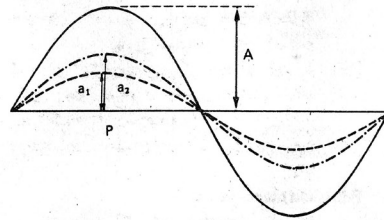
INTERFERÊNCIA DE ONDAS

1. O FENÔMENO

Ocorre INTERFERÊNCIA quando há superposição de ondas de mesma natureza e mesma frequência.

2. TIPOS PARTICULARES DE INTERFERÊNCIA

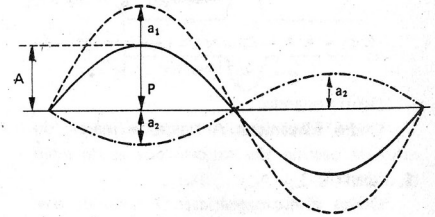
2.1. Interferência construtiva (IC) ou Reforço



Ocorre quando: $\Delta\varphi_p = 2k\pi$ (par de π)
A amplitude resultante é máxima.

$$A = a_1 + a_2$$

2.2. Interferência Destrutiva (ID) ou Anulamento

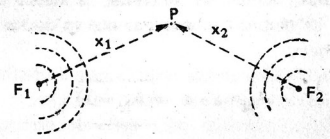


Ocorre quando: $\Delta\varphi_p = (2k - 1)\pi$ (ímpar de π)

A amplitude resultante é mínima.

$$A = |a_1 - a_2|$$

3. CÁLCULO DA DEFASAGEM DE DUAS ONDAS NUM PONTO



$$\Delta \varphi_p = \Delta \varphi_0 + \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2$$

$$\Delta \varphi_0 = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi = \text{defasagem inicial}$$

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\Delta x}{\lambda} \cdot 2\pi = \text{defasagem devido à diferença de distâncias.}$$

$$\Delta \varphi_2 = n\pi = \text{defasagem devido a reflexões com inversão de fase.}$$

FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

1. ONDAS ESTACIONÁRIAS

São resultantes da superposição de duas ondas iguais, propagando-se em sentidos contrários.

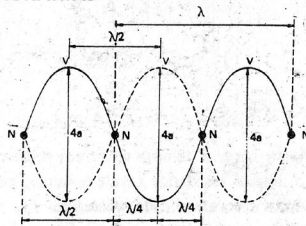
Ventres: pontos de interferência construtiva (IC). Vibram com amplitude máxima e não se propagam.

$$A_V = a + a \Rightarrow A_V = 2a$$

Nós: pontos de Interferência destrutiva (ID). Vibram com amplitude nula e não se propagam.

$$A_N = a - a \Rightarrow A_N = 0$$

2. PROPRIEDADES DAS ONDAS ESTACIONÁRIAS

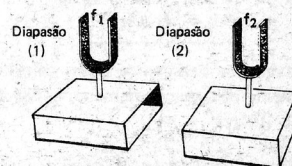


- P.1. Ventres vibram com amplitude $2a$.
- P.2. Nós não vibram (amplitude de vibração nula).
- P.3. Pontos intermediários entre nós e ventres vibram com amplitude entre 0 a $2a$.
- P.4. Todos os pontos de uma mesma onda estacionária (mesmo "gomo") vibram em concordância de fase.
- P.5. A velocidade de propagação de uma onda estacionária é nula. Por isso, embora tenham energia, as ondas estacionárias não propagam essa energia.
- P.6. Distância entre:
 - nós consecutivos: $\lambda/2$
 - ventres consecutivos: $\lambda/2$
 - ventre e nó consecutivos: $\lambda/4$

3. BATIMENTO

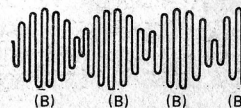
É o fenômeno resultante da superposição de duas ondas de mesma direção, mesma amplitude e frequências próximas.

Consideremos os dois diapásões esquematizados abaixo; suas frequências naturais de vibração valem, respectivamente, f_1 e f_2 , com f_1 bem próxima de f_2 .



Percutindo-se os dois diapásões simultaneamente e com a mesma intensidade, as ondas sonoras emitidas por ambos interferirão, gerando um som resultante de **frequência constante**, porém de **intensidade oscilante** entre máximos e mínimos bem determinados.

Cada vez que a intensidade do som resultante passa por um máximo, dizemos que ocorreu um **batimento**.



Na figura anterior está esquematizada a onda resultante da superposição dos sons dos diapásões (1) e (2). Os batimentos estão indicados por (B).

3.1. Cálculo da Frequência dos Batimentos (f_b)

$$f_b = |f_2 - f_1|$$

Para que os batimentos sejam percebidos distintamente pelo ouvido humano, f_b não deve exceder a 10Hz.

3.2. Cálculo da Frequência da Onda Resultante (f_r)

$$f_r = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

4. RESSONÂNCIA

É o fenômeno que ocorre quando um sistema recebe energia periodicamente numa frequência igual a uma de suas frequências próprias de vibração.

Na ilustração seguinte, o garoto está emitindo uma nota musical de frequência igual a uma das frequências próprias de vibração de lâmina de cristal.



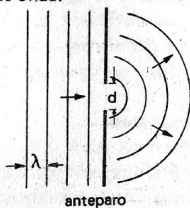
Neste caso, a lâmina entra em ressonância com o agente excitador (onda sonora), passando a vibrar com amplitude crescente.

Dependendo da duração da ressonância e da intensidade do som emitido pelo garoto, a lâmina de cristal, cuja espessura é relativamente pequena, poderá quebrar-se.

5. DIFRAÇÃO

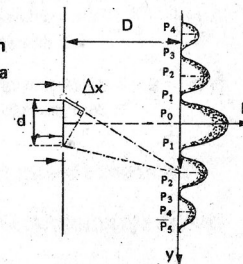
É o fenômeno que consiste de uma onda "contornar" obstáculos.

Isso ocorre quando a dimensão dos obstáculos ou fendas é menor ou da ordem do comprimento de onda.



Na ilustração anterior, a largura da fenda (d) é menor que o comprimento de onda (λ). Nesse caso, a onda difrata-se intensamente, transpondo a fenda e atingindo a região à direita do anteparo.

5.1. Difração em Fenda Dupla



$$n = 1 \rightarrow P_1 \rightarrow y_1 = \frac{D}{d} \cdot \Delta x_1 = \frac{D}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$n = 2 \rightarrow P_2 \rightarrow y_2 = \frac{D}{d} \cdot \Delta x_2 = \frac{D}{d} \cdot \frac{2\lambda}{2}$$

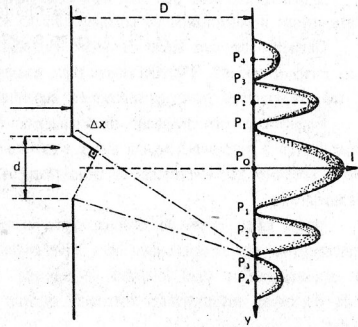
$$n = 3 \rightarrow P_3 \rightarrow y_3 = \frac{D}{d} \cdot \Delta x_3 = \frac{D}{d} \cdot \frac{3\lambda}{2}$$

Generalizando $y_n = \frac{D}{d} \Delta x_n$ ou

$$y_n = \frac{D}{d} n \frac{\lambda}{2}$$



5.2. Difração Fenda Única



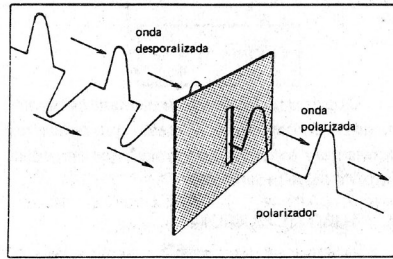
Neste caso temos:
$$y_n = \frac{D}{d} (n + 1) \cdot \lambda/2$$

Nota: Quando a difração é em fenda única a faixa (franja) central bem iluminada tem largura aproximadamente igual ao dobro das demais.

6. POLARIZAÇÃO

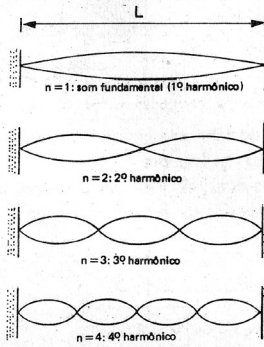
É o fenômeno que consiste de todos os pontos atingidos por uma onda vibrarem numa mesma direção e num mesmo plano.

Apenas as ondas transversais podem ser polarizadas.



ACÚSTICA

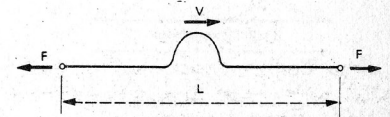
1. ONDAS ESTACIONÁRIAS NA CORDA



$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ onde } n \text{ é o número de ventres.}$$

$$f = n \frac{v}{2L}$$

2. EQUAÇÃO DE LAGRANGE E HELMHOLTZ



$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (\text{Equação de Taylor})$$

ρ = densidade linear da corda

$$\rho = \frac{m}{L} = \frac{\mu \pi R^2 L}{L} \Rightarrow \rho = \mu \pi R^2$$

μ = densidade volumétrica da corda
R = raio

$$f = \frac{n}{2L} v = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho}} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu \pi R^2}}$$

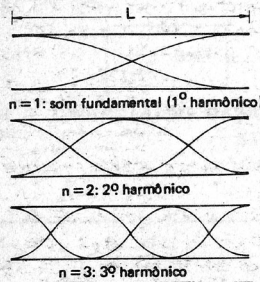
$$f = \frac{n}{2 R L} \sqrt{\frac{F}{\mu \pi}}$$

(Equação de Lagrange e Helmholtz)



3. ONDAS ESTACIONÁRIAS NOS TUBOS

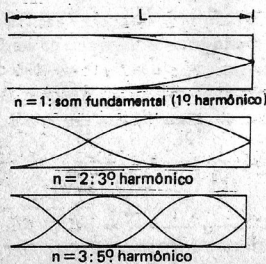
3.1. Tubos Abertos



$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$, onde n é o número de nós.

$f = n \frac{V}{2L}$

3.2. Tubos Fechados

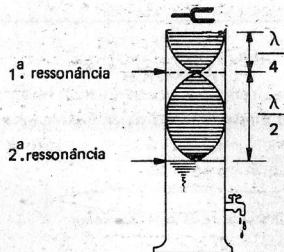


$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$, onde n é o número de nós.

$f = (2n - 1) \frac{V}{4L}$

Os tubos fechados só apresentam os harmônicos de ordem ímpar, ao passo que os abertos apresentam todos os harmônicos (os de ordem ímpar e os de ordem par).

4. TUBO DE QUINCKE



O tubo tem uma extremidade aberta e outra fechada por líquido.

Entre duas ressonâncias sucessivas, o deslocamento da superfície líquida deve ser

$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$

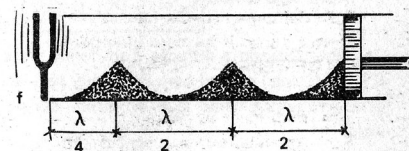
$V = \lambda f \Rightarrow V = 2 \Delta x f$

5. TUBO DE KUNDT

É um dispositivo por meio do qual pode-se determinar a velocidade de propagação do som. Consiste de um tubo de vidro dotado de um êmbolo móvel. Dentro desse tubo existe ar e pó de cortiça homogênea espalhado.

Fazendo-se um diapasão de frequência f vibrar junto à embocadura do tubo, movimentar-se o êmbolo até encontrar-se uma posição de ressonância.

Neste caso, o pó de cortiça agita-se, aglomerando-se em montículos bem diferenciados e equiespaçados que indicam a posição dos nós da onda estacionária formada dentro do tubo.



Mede-se a distância d entre dois montículos consecutivos (meio comprimento de onda).

$d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d$

$\therefore V = \lambda f \Rightarrow V = 2d \cdot f$



6. QUALIDADES FISIOLÓGICAS DO SOM

6.1. Altura (ou Tom)

Altura é a qualidade do som que permite ao ouvido normal, distinguir o som grave (baixo) do som agudo (alto).

Grave (ou baixo) é o som de frequência baixa.

Agudo (ou alto) é o som de frequência alta.

Observemos que altura do som está ligada exclusivamente à frequência.

6.2. Intensidade Auditiva (ou Sonoridade)

Sonoridade é a qualidade do som que permite ao ouvido normal diferenciar um som forte de um som fraco.

Forte é o som de grande intensidade.

Fraco é o som de pequena intensidade.

LEI DE WEBER – FECHNER

Sendo:

S_0 = sonoridade de referência

S = sonoridade do som considerado.

I_0 = intensidade sonora de referência.

I = intensidade sonora do som considerado.

$\Delta S = S - S_0$ = magnitude da sensação auditiva, temos:

$$S - S_0 = K \log \frac{I}{I_0}$$

Se $K = 1 \Rightarrow S$ em bel

Se $K = 10 \Rightarrow S$ em decibel (dB)

6.3. Timbre

Timbre é a qualidade do som que permite distinguir sons de mesma altura e mesma intensidade, emitidos por fontes sonoras diferentes.

Os responsáveis pelo timbre são os harmônicos que acompanham o som fundamental.

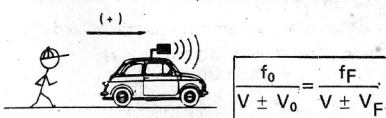
O timbre de um som relaciona-se com a forma de onda que o caracteriza.

7. EFEITO DOPPLER – FIZEAU

É o fenômeno que ocorre quando há aproximação ou afastamento entre o observador e a fonte de ondas e que consiste na variação aparente da frequência da onda.

Aproximação: $f_0 > f_F$ e $\lambda_0 < \lambda_F$

Afastamento: $f_0 < f_F$ e $\lambda_0 > \lambda_F$



Na fórmula acima, o sentido positivo é do observador para a fonte.

8. ECO E REVERBERAÇÃO

Consideremos um observador emitindo um forte som monossilábico a uma distância d de um anteparo refletor.



● ECO

Percepção do som refletido "separado" do som direto.

Para que isso ocorra, o intervalo de tempo entre a extinção do som direto e a chegada do som refletido deve ser maior que $\frac{1}{10}$ s (persistência acústica).

$$\Delta t > \frac{1}{10} \text{ s} \Rightarrow \frac{2d}{v_{\text{som}}} > \frac{1}{10}$$

$$\frac{2d}{340} > \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{d > 17\text{m}}$$

● REVERBERAÇÃO

Percepção do som refletido "emendado" com o som direto.

Para que isso ocorra, o intervalo de tempo entre a extinção do som direto e a chegada do som refletido deve ser menor (ou igual) que $\frac{1}{10}$ s.

$$\Delta t \leq \frac{1}{10} \text{ s} \Rightarrow \frac{2d}{v_{\text{som}}} \leq \frac{1}{10}$$

$$\frac{2d}{340} \leq \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{d \leq 17\text{m}}$$

