

# Dinâmica IX: Gravitação

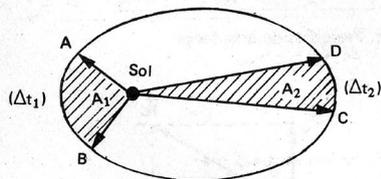
## 1. GRAVITAÇÃO

### 1.1. 1ª Lei de Kepler

As trajetórias dos planetas, em torno do Sol, têm a forma de elipses, ocupando o Sol um dos focos da elipse.

### 1.2. 2ª Lei de Kepler

O raio vetor que une o centro de massa do Sol e o centro da massa de um planeta varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.



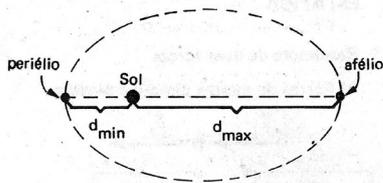
$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \iff A_1 = A_2$$

Como consequência da 2ª lei de Kepler, a velocidade de translação do planeta é variável sendo máxima no periélio e mínima no afélio.

O movimento de translação somente seria uniforme se a órbita fosse circular.

### 1.3. 3ª Lei de Kepler

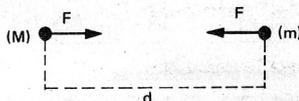
Para todos os planetas de um sistema solar é constante a razão entre o cubo do raio médio da órbita (semi-eixo maior da elipse) e o quadrado do período.



$$R = \frac{d_{\min} + d_{\max}}{2}$$

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{constante}$$

### 1.4. Lei da gravitação universal

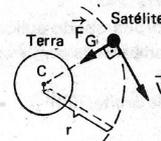


A força gravitacional entre dois pontos materiais tem intensidade diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.

$$F = G \frac{M m}{d^2}$$

G = constante de gravitação universal

### 1.5. Satélite em órbita circular



A força gravitacional aplicada pela Terra faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_G = F_{cp}$$

$$\frac{G M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Como  $v = \frac{2\pi r}{T}$  vem:

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

(3ª lei de Kepler)



## 1.6. Satélite estacionário

- A) Órbita contida no plano equatorial da Terra;
- B) Órbita circular para que o movimento seja uniforme;
- C) Período de translação igual ao período de rotação da Terra: 24h
- D) Raio de órbita obtido aplicando-se a 3ª lei de Kepler e comparando com a Lua.

$$F_G = P$$

$$\frac{G M m}{R^2} = m g \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{Lua} \begin{cases} \text{Raio de órbita: } 60R \\ \text{Período: } 27d \end{cases}$$

R é o raio da Terra =  $6,4 \cdot 10^3$  km

$$\frac{R_s^3}{T_s^2} = \frac{R_L^3}{T_L^2} \Rightarrow \frac{R_s^3}{1} = \frac{(60R)^3}{(3^2)}$$

$$\Rightarrow R_s = \frac{60R}{g} \cong 6,7R$$

## 1.7. Gravidade na superfície de um planeta (não considerando efeitos de rotação)

