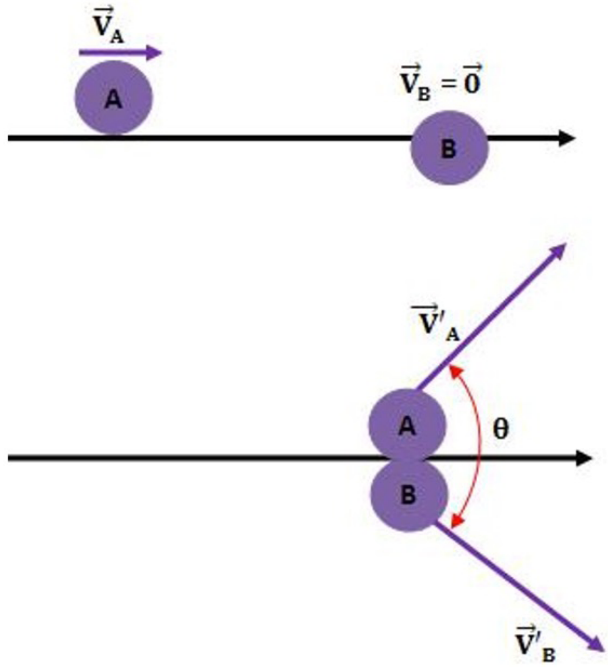
Ref.: 221224

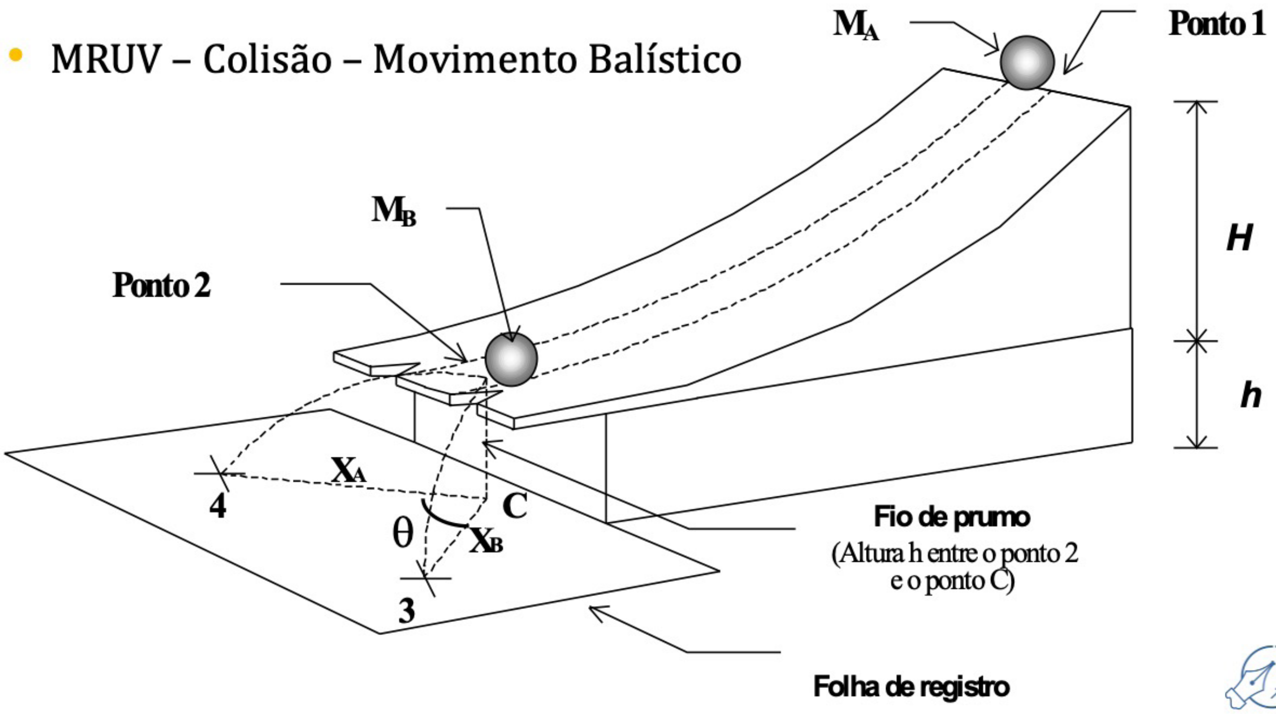
Colisão Bidimensional

- Colisão entre duas esferas, A e B.
- Determina-se
  - as massas m_A e m_B,
  - as velocidades finais $v_{A,f}$ e $v_{B,f}$
  - a velocidade inicial, $v_{B,i}$
- Busca-se a velocidade inicial da esfera A, $v_{A,i}$



Experiência

- MRUV – Colisão – Movimento Balístico

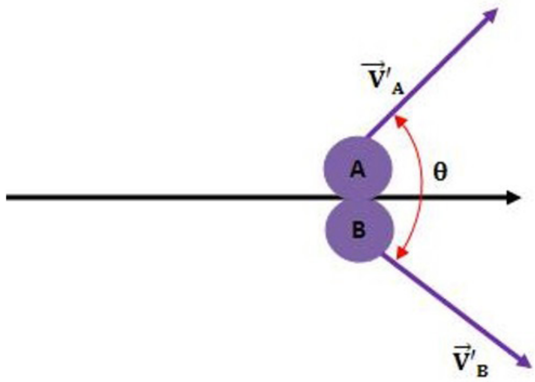


Colisão Bidimensional

- Colisão entre dois corpos, A e B

$\vec{P}_{A,i} + \vec{P}_{B,i}$
$(antes)$

$\vec{P}_{A,f} + \vec{P}_{B,f}$
$(depois)$



$$\boxed{\vec{P}_{tot,f} = \vec{P}_{tot,i}}$$

Velocidade inicial de *A*

- Momento linear total

$$\vec{P}_{tot,i} = \vec{P}_{tot,f}$$

- Em referência ao eixo de A,

$$v_{A,i} = \frac{P_{tot,f}}{m_A}$$

- Momento linear quadrático total depois da colisão (final), pela lei dos cossenos,

$$P_{tot,f}^2 = P_{A,f}^2 + P_{B,f}^2 + 2P_{A,f}P_{B,f}\cos\theta$$

com

$$P_{A,f} = m_A v_{A,f} \quad P_{B,f} = m_B v_{B,f}$$

e θ o ângulo formado entre $\vec{v}_{A,f}$ e $\vec{v}_{B,f}$

Velocidade inicial de *A*

- Para determinar

$$v_{A,i} = \frac{P_{tot,f}}{m_A}$$

faz-se necessário medir m_A, m_B, $v_{A,f}$, $v_{B,f}$ e θ.

- É necessário uma medida de $v_{A,i}$ como uma referência.

Antes da Colisão: Esfera rola na rampa

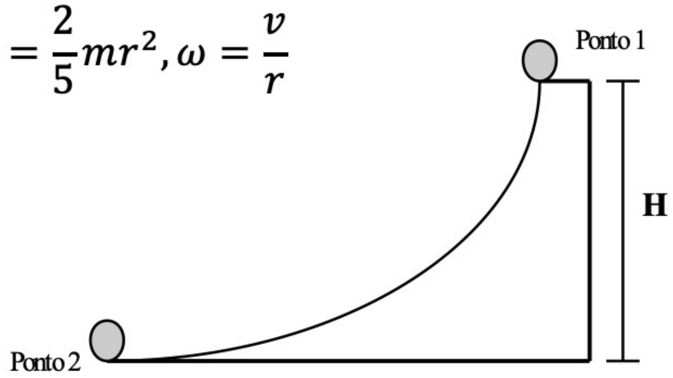
- Princípio da Conservação de Energia sem ação de força externa e sem atrito,

$$\Delta E_{mec} = \Delta U_g + \Delta K_{transl} + \Delta K_{rot} = 0$$

$$mg(y_f - y_i) + \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + \frac{1}{2}I_G(\omega_f^2 - \omega_i^2) = 0$$

Com

$$I_G = \frac{2}{5}mr^2, \omega = \frac{v}{r}$$



Velocidade de referência

- Parte 1: antes da colisão
  - Por conservação de energia

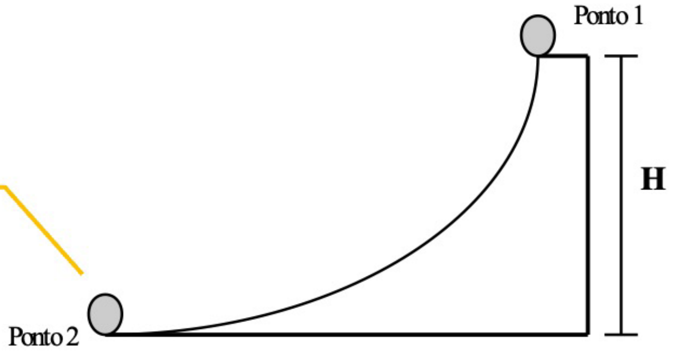
$$U_{g,i} = K_{tot,f}$$

$$m_A g H = \frac{7}{10} m_A v_{A,f}^2$$

ou

$$\boxed{v_{A,i} = \sqrt{\frac{10}{7} g H}}$$

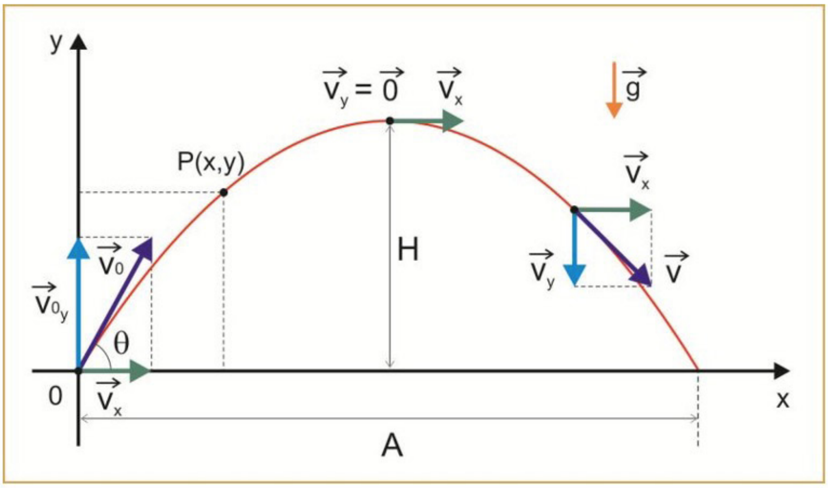
Referência



Depois da Colisão: Movimento Oblíquo

- Da cinemática tem-se

$$\Delta y = \tan\theta_0 A - \frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}A^2$$



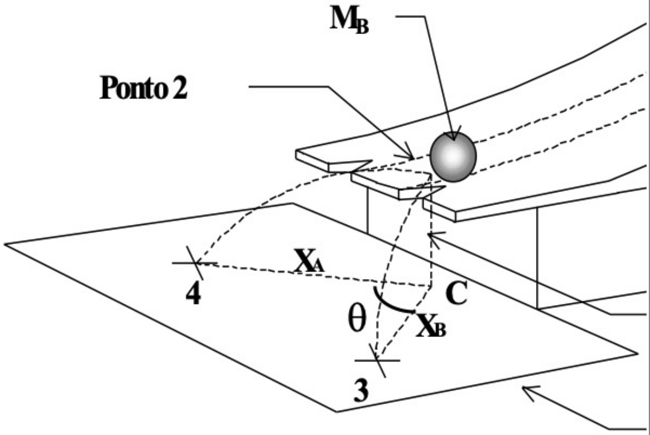
Movimento Oblíquo: Velocidade inicial

- Parte 2: após a colisão
  - Ângulo lançamento, $\theta_0 = 0$
  - Queda do Corpo A

$$h = \frac{g}{2v_{A,0}^2} X_A^2 \Rightarrow \boxed{v_{A,0} = \sqrt{\frac{g}{2h}} X_A}$$

  - Queda do Corpo B

$$h = \frac{g}{2v_{B,0}^2} X_B^2 \Rightarrow \boxed{v_{B,0} = \sqrt{\frac{g}{2h}} X_B}$$



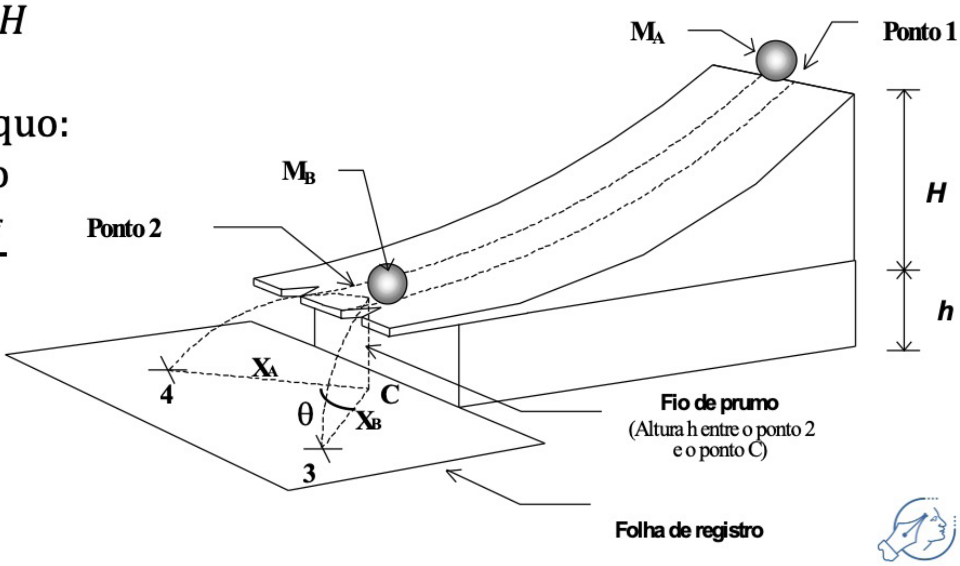
Experiência

- Final do rolamento

$$v_{A,ref} = \sqrt{\frac{10}{7} gH}$$

- Movimento Oblíquo: depois da colisão

$$v_{A,exp} = \frac{P_{tot,f}}{m_A}$$



Coleta de dados

- Massas (anotar instrumento e incerteza Δm)
  - m_A
  - m_B
- Alturas (anotar instrumento e incerteza ΔH, Δh)
  - H
  - h
- Distâncias e ângulo (anotar instrumentos e incertezas ΔX, $\Delta \theta$)

Medida	X_A	X_B	θ
1			
2			
3			
...			

Cálculos: Velocidade de Referência

- Estimativa

$$v_{A,est} = \sqrt{\frac{10}{7} gH}$$

- Incerteza relativa quadrática

$$\left(\frac{\Delta v_{A,est}}{v_{A,est}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta H}{H}\right)^2$$

- Melhor estimativa

$$\boxed{v_{A,ref} = (v_{A,est} \pm \Delta v_{A,est})u.m.}$$

Antes da colisão

Alcance: estatística

- Estimativa:

$$\bar{X}_A = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_{A,k}$$

- Incerteza da média

$$\Delta\bar{X}_A = \frac{s(\bar{X}_A)}{\sqrt{N}} \quad \text{com } s(\bar{X}_A) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}\left(X_{A,k} - \bar{X}_A\right)^2}{N-1}}$$

- Melhor Estimativa

$$\boxed{X_A = (\bar{X}_A \pm \Delta\bar{X}_A)u.m.}$$

Similar para X_B

Ângulo: estatística

- Estimativa

$$\bar{\theta} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \theta_k$$

- Incerteza da média

$$\Delta\bar{\theta} = \frac{s(\bar{\theta})}{\sqrt{N}}, \quad \text{com } s(\bar{\theta}) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(\theta_k - \bar{\theta})^2}{N-1}}$$

- Melhor Estimativa

$$\boxed{\theta = (\bar{\theta} \pm \Delta\bar{\theta})u.m.}$$

Momento após colisão

- Estimativa

$$P_{A,est} = m_A\sqrt{\frac{g}{2h}}\bar{X}_A$$

- Incerteza relativa quadrática

$$\left(\frac{\Delta P_{A,est}}{P_{A,est}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta m_A}{m_A}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \bar{X}_A}{\bar{X}_A}\right)^2$$

- Melhor Estimativa

$$\boxed{P_{A,f} = (P_{A,est} \pm \Delta P_{A,est})u.m.}$$

Similar para $P_{B,f}$

Momento total final

- Estimativa

$$P_{tot,est} = \sqrt{P_{A,f}^2 + P_{B,f}^2 + 2P_{A,f}P_{B,f}\cos\bar{\theta}}$$

- Incerteza quadrática

$$(\Delta P_{tot,est})^2 = \left(\frac{P_{A,f} + P_{B,f}\cos\bar{\theta}}{P_{tot,est}}\Delta P_{A,f}\right)^2 + \left(\frac{P_{B,f} + P_{A,f}\cos\bar{\theta}}{P_{tot,est}}\Delta P_{B,f}\right)^2 + \left(-\frac{P_{A,f}P_{B,f}\sin\bar{\theta}}{P_{tot,est}}\Delta\bar{\theta}\right)^2$$

- Melhor Estimativa

$$\boxed{P_{tot,f} = (P_{tot,est} \pm \Delta P_{tot,est})u.m.}$$

Cálculos: Velocidade de inicial

- Estimativa

$$v_{A,est} = \frac{P_{tot,f}}{m_A}$$

- Incerteza relativa quadrática

$$\left(\frac{\Delta v_{A,est}}{v_{A,est}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta P_{tot,f}}{P_{tot,f}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_A}{m_A}\right)^2$$

- Melhor estimativa

$$\boxed{v_{A,exp} = (v_{A,est} \pm \Delta v_{A,est})u.m.}$$

Antes da colisão

Análise da Velocidade Inicial

- Melhor estimativa

$$v_{A,ref} = v_{ref} \pm \Delta v_{ref}$$
$$v_{A,exp} = v_{exp} \pm \Delta v_{exp}$$

- Qualidade das medidas: desvio de precisão

$$DP_{\%,ref} = \frac{\Delta v_{ref}}{v_{ref}} 100\%, \quad P_{\%,exp} = \frac{\Delta v_{exp}}{v_{exp}} 100\%$$

Ideal
$DP_{\%} < 10\%$

- Comparação das medidas: desvio de exatidão

$$DE_{\%} = \left(\frac{v_{exp} - v_{ref}}{v_{ref}}\right) 100\%$$

Ideal
$|DE_{\%}| < 10\%$

- Análise global: desvio global

$$DG_{\%} = \frac{|v_{exp} - v_{ref}| + \Delta v_{exp}}{\Delta v_{ref}} \cdot 100\%$$

Ideal
$DG_{\%} < 100\%$

Referências

- HALLIDAY D., RESNICK, Jearl WALKER. *Fundamentos de Física*. Vol. 1, 8ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.