

Estática

1) Introdução

a) Força resultante

$$\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

Em 2D,

$$\vec{F}_{res} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} = F_{res} \angle \theta_{res}$$

$$F_x = \sum_i F_i \cdot \cos \theta_i \quad F_y = \sum_i F_i \cdot \sin \theta_i$$

$$F_{res} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \theta_{res} = \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right) + Q, \quad Q = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{F_y}{|F_y|} \cdot \left(1 - \frac{F_x}{|F_x|} \right)$$

Em caso de repouso, $\vec{a} = \vec{0}$, e $\vec{F}_{res} = \vec{0}$.

b) Torque resultante

$$\vec{\tau}_{res} = \sum_i \vec{\tau}_i = I \cdot \vec{\alpha}$$

No plano,

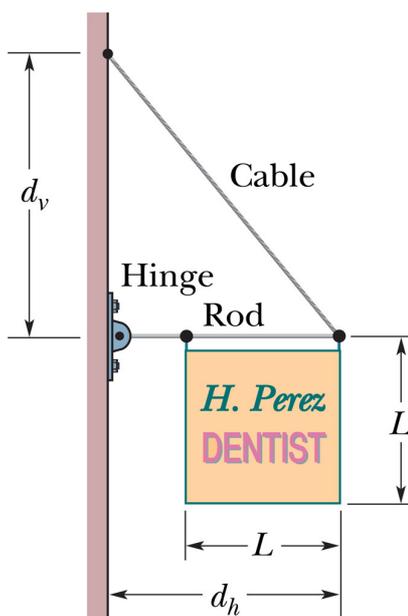
$$\tau_{res} = \sum_i r_i \cdot F_i \cdot \sin \theta_i$$

Horário: $\tau_{res} < 0$; anti-horário: $\tau_{res} > 0$. Em caso de repouso, $\vec{\alpha} = \vec{0}$ e $\vec{\tau}_{res} = \vec{0}$.

2) Problema

A figura abaixo mostra um cartaz quadrado uniforme de massa M , de lado L , está pendurado em uma barra homogênea horizontal de comprimento d_h e massa m . Esta está fixa à parede por meio de uma dobradiça. Um cabo ideal está preso em uma extremidade da barra e em um ponto de uma parede a uma distância d_v acima do ponto onde a outra extremidade da barra está presa na parede por uma dobradiça. Determinar

- A melhor estimativa do módulo da tensão no cabo.
- A melhor estimativa do vetor reação da dobradiça sobre a barra (em notação retangular).
- Avaliar as medidas encontradas.



Estática

3) Apêndice

a) Ângulo da tração (θ_T)

$$\theta_T = 180 \left[1 - \tan^{-1} \left(\frac{d_v}{d_h} \right) / \pi \right] \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

Via calculadora de mão (científica)

$$\theta_T = 180 - \tan^{-1} \left(\frac{d_v}{d_h} \right), \quad \Delta\theta_T = \frac{\Delta\varphi_T}{1 + \varphi_T^2}$$

$$\varphi_T = \frac{d_v}{d_h}, \quad \left(\frac{\Delta\varphi_T}{\varphi_T} \right)^2 = \left(\frac{\Delta d_v}{d_v} \right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta d_h}{d_h} \right)^2$$

b) Módulo da tração no cabo (T)

$$T = \frac{g}{d_h \cdot \sin \theta_T} \left[\frac{d_h}{2} \cdot m_{\text{barra}} + \left(d_h - \frac{L}{2} \right) \cdot m_{\text{placa}} \right] \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

Via calculadora de mão (científica) o cálculo da tração (ver Observação mais abaixo),

$$T = \frac{g}{d_h \cdot \sin \theta_T} \left[\frac{d_h}{2} \cdot m_{\text{barra}} + m_1 \cdot m_{\text{placa}} \right] = \frac{g}{d_h \cdot \sin \theta_T} [m_3 + m_2] = \frac{g}{d_h \cdot \sin \theta_T} m_4$$

$$m_1 = \left(d_h - \frac{L}{2} \right), \quad (\Delta m_1)^2 = (\Delta d_h)^2 + \left(\frac{\Delta L}{2} \right)^2$$

$$m_2 = m_1 \cdot m_{\text{placa}}, \quad \left(\frac{\Delta m_2}{m_2} \right)^2 = \left(\frac{\Delta m_1}{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m_{\text{placa}}}{m_{\text{placa}}} \right)^2$$

$$m_3 = \frac{d_h}{2} \cdot m_{\text{barra}}, \quad \left(\frac{\Delta m_3}{m_3} \right)^2 = \left(\frac{\Delta d_h}{d_h} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m_{\text{barra}}}{m_{\text{barra}}} \right)^2$$

$$m_4 = m_3 + m_2, \quad (\Delta m_4)^2 = (\Delta m_3)^2 + (\Delta m_2)^2$$

$$T = \frac{g}{d_h \cdot \sin \theta_T} m_4, \quad \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 = \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta d_h}{d_h} \right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta \theta_T}{\tan \theta_T} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m_4}{m_4} \right)^2$$

Resposta

$$T = (T_{\text{est}} \pm \Delta T_{\text{est}}) \text{u. m.}$$

c) Módulo (e sentido) da reações horizontal (R_h) e vertical (R_v)

$$R_h = -T \cdot \cos \theta_T \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

$$R_v = (m_{\text{barra}} + m_{\text{placa}}) \cdot g - T \cdot \sin \theta_T \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

Via calculadora de mão (científica) o cálculo da reação vertical (ver Observação mais abaixo),

$$R_h = -T \cdot \cos \theta_T, \quad \left(\frac{\Delta R_h}{R_h} \right)^2 = \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 + (\tan \theta_T \cdot \Delta \theta_T)^2$$

$$R_v = (m_{\text{barra}} + m_{\text{placa}}) \cdot g - T \cdot \sin \theta_T = m_1 \cdot g - T \cdot \sin \theta_T = m_2 - m_3$$

$$m_1 = m_{\text{barra}} + m_{\text{placa}}, \quad (\Delta m_1)^2 = (\Delta m_{\text{barra}})^2 + (\Delta m_{\text{placa}})^2$$

$$m_2 = m_1 \cdot g, \quad \left(\frac{\Delta m_2}{m_2} \right)^2 = \left(\frac{\Delta m_1}{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2$$



Estática

$$m_3 = T \cdot \text{sen } \theta_T, \quad \left(\frac{\Delta m_3}{m_3}\right)^2 = \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta_T}{\tan \theta_T}\right)^2$$
$$R_v = m_2 - m_3, \quad (\Delta R_v)^2 = (\Delta m_2)^2 + (\Delta m_3)^2$$

Resposta em notação retangular (ou cartesiana) para o vetor reação

$$\vec{R} = R_h \hat{i} + R_v \hat{j} \quad \begin{cases} R_h = (R_{h,est} \pm \Delta R_{h,est}) \text{ u. m.} \\ R_v = (R_{v,est} \pm \Delta R_{v,est}) \text{ u. m.} \end{cases}$$

d) Observação

É preferível arredondar usando os padrões da ABNT apenas no final dos cálculos. Para cálculos com muitas etapas, é possível arredondar as medidas a cada etapa do cálculo. Nesse caso, além de usar as regras de arredondamento, o procedimento deve ser informado, pois o resultado final pode ser diferente (estimativa e/ou incerteza).

É evidente que há outros caminhos para se determinar a melhor estimativa de uma medida, além dos cálculos mostrados mais acima deste Apêndice. É comum diferentes sequências no cálculo levarem a diferentes incertezas.

Cabe notar que na calculadora do Filofima, a expressão é tratada como um todo, o que também pode afetar o resultado final da incerteza.

Diante desse cenário, a ABNT afirma ser preferível o procedimento que leva a uma menor propagação da incerteza (menor incerteza) e tal procedimento deve ser documentado (o que permite reprodução).



Estática

4) Anexo (anotações de apoio)

a) Ângulo da tração, θ_T

i) estimativa (valor bruto): _____ .

ii) incerteza (valor bruto): _____ .

iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .

iv) incerteza: _____ .

b) Módulo da tração, T

i) estimativa (valor bruto): _____ .

ii) incerteza (valor bruto): _____ .

iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .

iv) incerteza: _____ .

c) Componente horizontal da reação, R_h

i) estimativa (valor bruto): _____ .

ii) incerteza (valor bruto): _____ .

iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .

iv) incerteza: _____ .

d) Componente vertical da reação, R_v

i) estimativa (valor bruto): _____ .

ii) incerteza (valor bruto): _____ .

iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .

iv) incerteza: _____ .