

Movimento Oblíquo

1) Introdução

a) Cinemática vetorial para MRUV

Equação horária do vetor posição

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{a} \cdot \frac{t^2}{2} \quad (1)$$

Equação horária do vetor velocidade

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t \quad (2)$$

onde \vec{a} é o vetor aceleração, t é o tempo.

b) Movimento no Plano

Para movimento (retilíneo uniformemente variado) no plano, 2D, posição, velocidade e aceleração são, respectivamente,

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}, \quad \vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}, \quad \vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \quad (3)$$

c) Movimento Oblíquo

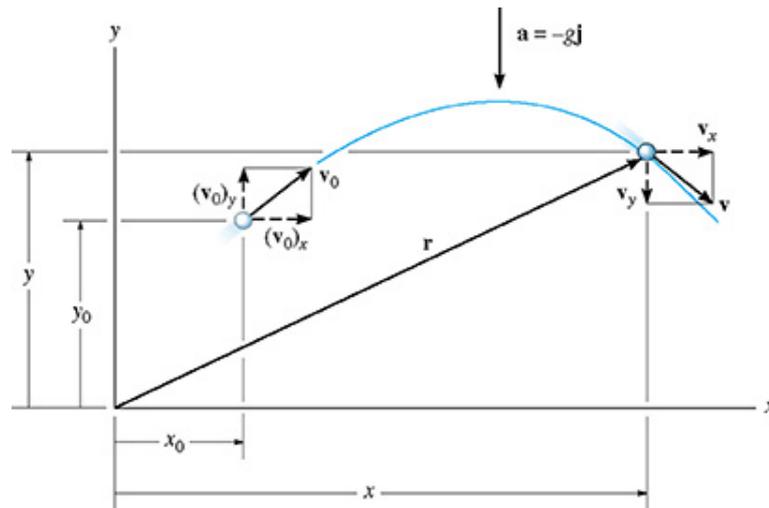


Fig. 1 - Lançamento oblíquo

Sabe-se da Cinemática que $a_x = 0$ e $a_y = -g$, onde g é a gravidade. Assim os componentes da eq. (3) têm a forma

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2, \quad v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t \quad (4)$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta_0 \quad (5)$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t, \quad v_x(t) = v_{0x} \quad (6)$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta_0 \quad (7)$$

Movimento Oblíquo

2) Problema

Dois operários da construção civil, A e B, trabalham transferindo tijolos de um ponto a outro, conforme Fig. 2. É um processo repetitivo e pretende-se conhecer propriedades do movimento. Observações cuidadosas permitiram determinar as medidas médias: altura inicial, h_0 (quando o tijolo deixa as mãos do operário A), a altura final, h_1 (quando o tijolo chega às mãos do operário B), e a distância horizontal entre os operários, d . (Ver dados fornecidos)

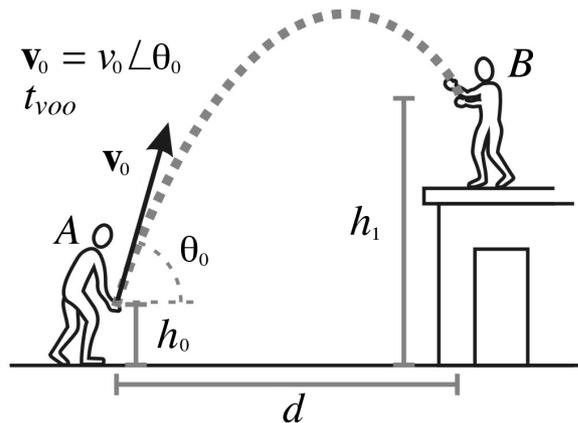


Fig.2 - Lançamento de tijolos

Interessa conhecer tempo médio de voo, t_{voo} , e os vetores velocidade inicial, \mathbf{v}_0 e velocidade final, \mathbf{v}_1 . Para o tempo de voo, mediu-se o tempo do movimento de tijolos de A para B em vários lançamentos (ver dados fornecidos). As velocidades são determinadas com auxílio das equações da cinemática, eq. (4)-(7). A gravidade adotada é $g = (9,78 \pm 0,01) \frac{m}{s^2}$.

Pede-se para determinar a melhor estimativa e desvio de precisão para

- a) O tempo de voo dos tijolos.
- b) O vetor velocidade inicial dos tijolos, em notação polar (quando sai das mãos do operário A).
- c) O vetor velocidade final dos tijolos, em notação polar (quando chega às mãos do operário B).

E pede-se para analisar os respectivos desvios de precisão.

A. Apêndice: determinar módulo e ângulo da velocidade inicial, v_0 e θ_0

- Componente x da velocidade inicial, v_{0x} . Ver eq. (6) e (7).

$$v_{0x} = \frac{d}{t_{voo}} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

À mão (calculadora científica)

$$v_{0x} = \frac{d}{t_{voo}}, \quad \left(\frac{\Delta v_{0x}}{v_{0x}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta t_{voo}}{t_{voo}}\right)^2$$

- Componente y da velocidade inicial, v_{0y} . Ver eq. (4) e (5).

$$v_{0y} = \frac{h_1 - h_0 + \frac{g}{2} \cdot t_{voo}^2}{t_{voo}} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

À mão (calculadora científica)

$$v_{0y} = \frac{h_1 - h_0 + \frac{g}{2} \cdot t_{voo}^2}{t_{voo}} = \frac{m_1}{t_{voo}} + \frac{g \cdot t_{voo}}{2} = m_2 + m_3 = m_4$$

Movimento Oblíquo

Medida 1

$$m_1 = h_1 - h_0, \quad (\Delta m_1)^2 = (\Delta h_1)^2 + (\Delta h_0)^2$$

Medida 2

$$m_2 = \frac{m_1}{t_{voo}}, \quad \left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 = \left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta t_{voo}}{t_{voo}}\right)^2$$

Medida 3

$$m_3 = \frac{g \cdot t_{voo}}{2}, \quad \left(\frac{\Delta m_3}{m_3}\right)^2 = \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{voo}}{t_{voo}}\right)^2$$

Medida 4 é o próprio v_{0y}

$$v_{0y} = m_2 + m_3, \quad (\Delta v_{0y})^2 = (\Delta m_2)^2 + (\Delta m_3)^2$$

Obs.: A distributiva diminui a potência do tempo de 2 para 1, o que colabora para diminuir a incerteza.

- Módulo da velocidade inicial, v_0 , e o ângulo inicial, θ_0 ,

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

À mão (calculadora científica)

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}, \quad (\Delta v_0)^2 = \left(\frac{v_{0x} \cdot \Delta v_{0x}}{v_0}\right)^2 + \left(\frac{v_{0y} \cdot \Delta v_{0y}}{v_0}\right)^2$$

e

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{v_{0y}}{|v_{0y}|} \cdot \left(1 - \frac{v_{0x}}{|v_{0x}|}\right), \quad \Delta \theta_0 = \frac{\Delta \varphi_0}{1 + \varphi_0^2}$$

sendo que

$$\varphi_0 = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}, \quad \left(\frac{\Delta \varphi_0}{\varphi_0}\right)^2 = \left(\frac{\Delta v_{0y}}{v_{0y}}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta v_{0x}}{v_{0x}}\right)^2$$

Obs.: o ângulo fornecido nas equações acima, estimativa e incerteza, estará em radianos.

- Resposta em notação polar

$$\vec{v}_0 = v_0 \angle \theta_0 \quad \begin{cases} v_0 = (v_{est} \pm \Delta v_{est}) \text{ u. m.} \\ \theta_0 = (\theta_{est} \pm \Delta \theta_{est}) \text{ u. m.} \end{cases}$$

B. Apêndice: determinar módulo e ângulo da velocidade final, v_1 e θ_1

- Componente x da velocidade final, v_{1x} . Ver eq. (6) e (7).

$$v_{1x} = v_{0x}, \quad \Delta v_{1x} = \Delta v_{0x}$$

Nota: velocidade no eixo- x é constante

- Componente y da velocidade final, v_{1y} . Ver eq. (4) e (5).

$$v_{1y} = v_{0y} - g \cdot t_{voo} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

À mão (calculadora científica)

$$v_{1y} = v_{0y} - g \cdot t_{voo} = v_{0y} - m_1 = m_2$$

Medida 1



Movimento Oblíquo

$$m_1 = g \cdot t_{voo}, \quad \left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 = \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{voo}}{t_{voo}}\right)^2$$

Medida 2 é o próprio v_{1y}

$$v_{1y} = v_{0y} - m_1, \quad (\Delta v_{1y})^2 = (\Delta v_{0y})^2 + (\Delta m_1)^2$$

- Módulo da velocidade final, v_1 , e ângulo final, θ_1 ,

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{1y}}{v_{1x}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad (\text{Calculadora Medida Indireta})$$

À mão (calculadora científica)

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}, \quad (\Delta v_1)^2 = \left(\frac{v_{1x} \cdot \Delta v_{1x}}{v_1}\right)^2 + \left(\frac{v_{1y} \cdot \Delta v_{1y}}{v_1}\right)^2$$

e

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{1y}}{v_{1x}}\right) + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{v_{1y}}{|v_{1y}|} \cdot \left(1 - \frac{v_{1x}}{|v_{1x}|}\right), \quad \Delta\theta_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{1 + \varphi_1^2}$$

sendo que

$$\varphi_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}}, \quad \left(\frac{\Delta\varphi_1}{\varphi_1}\right)^2 = \left(\frac{\Delta v_{1y}}{v_{1y}}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta v_{1x}}{v_{1x}}\right)^2$$

Obs.: o ângulo fornecido nas equações acima, estimativa e incerteza, estará em radianos.

- Resposta em notação polar

$$\vec{v}_1 = v_1 \angle \theta_1 \quad \begin{cases} v_1 = (v_{est} \pm \Delta v_{est}) \text{ u. m.} \\ \theta_1 = (\theta_{est} \pm \Delta \theta_{est}) \text{ u. m.} \end{cases}$$

C. Anexo: Guia para resultados de cálculos

1) Tempo de voo

- i) estimativa (valor bruto): _____ .
- ii) incerteza (valor bruto): _____ . () estatística, () instrumental
- iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .
- iv) desvio de precisão: _____ .

2) Velocidade inicial

a) Componente x da velocidade inicial, v_{0x}

- i) estimativa (valor bruto): _____ .
- ii) incerteza (valor bruto): _____ .
- iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .

b) Componente y da velocidade inicial, v_{0y}

- i) estimativa (valor bruto): _____ .
- ii) incerteza (valor bruto): _____ .
- iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____ .



Movimento Oblíquo

- c) Módulo da velocidade inicial, v_0
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
 - iv) desvio de precisão: _____.
- d) Ângulo inicial, θ_0
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
 - iv) desvio de precisão: _____.

3) Velocidade final

- a) Componente x da velocidade final, v_{1x}
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
- b) Componente y da velocidade final, v_{1y}
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
- c) Módulo da velocidade inicial, v_1
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
 - iv) desvio de precisão: _____.
- d) Ângulo inicial, θ_1
- i) estimativa (valor bruto): _____.
 - ii) incerteza (valor bruto): _____.
 - iii) melhor estimativa (norma ABNT): _____.
 - iv) desvio de precisão: _____.

