

**Expressão da melhor estimativa de uma medida:**  $Q = (q \pm \Delta q)$  u. m.

$q$ : estimativa  
(mesmo número de casas decimais que  $\Delta q$ )

$\Delta q$ : incerteza  
(1 ou 2 algarismos significativos)

u.m.: unidade de medida  
(comum para  $q$  e  $\Delta q$ )

**Estatística**

- Conjunto com  $n$  medidas  $\{x_i\}$  obtido com mensurando(s) no mesmo estado e com único instrumento de medida com resolução  $\Delta x_r$ . A melhor estimativa,  $x = (\bar{x} \pm \Delta \bar{x})$  u.m., é dada por

Estimativa	Incerteza Quadrática	Observação
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{n}$	$(\Delta \bar{x})^2 = \frac{s^2(\bar{x})}{n}, \quad s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$	$\Delta \bar{x} \geq \Delta x_r$ . Se $\Delta \bar{x} < \Delta x_r$ , então $\Delta \bar{x} = \Delta x_r$ .

- Via Calculadora

Entrada	Cálculo	Obs.
[MODE][2]	[SHIFT][2][1][=]	Média aritmética, $\bar{x}$
$x_1$ [DT]	[SHIFT][2][3][=]	Desvio padrão amostragem, $s(\bar{x})$
$x_2$ [DT]		
...		
$x_n$ [DT]		
	Reinício	Obs.
	[SHIFT][CLR][3][=][=]	Padrão fabricante

**Aritmética**

- Dadas duas medidas,  $A = (a \pm \Delta a)$  u. m.,  $B = (b \pm \Delta b)$  u. m., a melhor estimativa,  $Q = (q \pm \Delta q)$  u. m., é dada por meio de fórmulas matemática e pela propagação da incerteza

	Estimativa	Incerteza Quadrática
Adição	$q = a + b$ $q = a - b$	$(\Delta q)^2 = (\Delta a)^2 + (\Delta b)^2$
Multiplicação	$q = a^p \cdot b^q$	$\left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2 = \left(p \frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(q \frac{\Delta b}{b}\right)^2$

- Funções especiais

Estimativa	Incerteza	Observação
$q = a^p$	$\Delta q =  p \cdot a^{p-1} \cdot \Delta a $	$p$ é adimensional
$q = \log_{10}(k \cdot a)$	$\Delta q =  \Delta a / (a \cdot \ln 10) $	$k \cdot a$ é adimensional, positivo; $k$ é constante
$q = e^{k \cdot a}$	$\Delta q =  k \cdot e^a \cdot \Delta a $	$k \cdot a$ é adimensional, $k$ é constante
$q = \ln(k \cdot a)$	$\Delta q =  \Delta a / a $	$k \cdot a$ é adimensional, positivo; $k$ é constante
$q = \text{sen}(k \cdot a)$	$\Delta q =  k \cdot \cos(k \cdot a) \cdot \Delta a $	$k \cdot \Delta a$ em radianos, $k$ é constante
$q = \text{cos}(k \cdot a)$	$\Delta q =  k \cdot \text{sen}(k \cdot a) \cdot \Delta a $	$k \cdot \Delta a$ em radianos, $k$ é constante
$q = \text{tan}(k \cdot a)$	$\Delta q =  k \cdot \text{sec}^2(k \cdot a) \cdot \Delta a $	$k \cdot \Delta a$ em radianos, $k$ é constante

**Gráfico**

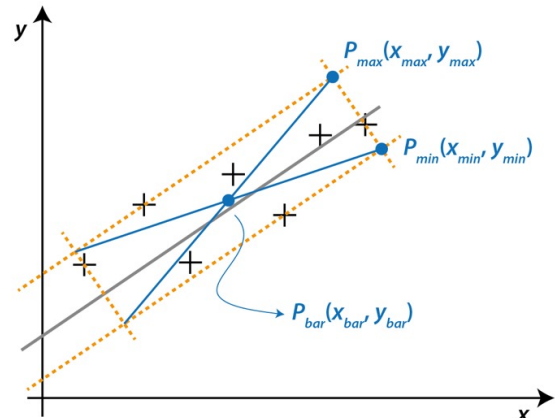
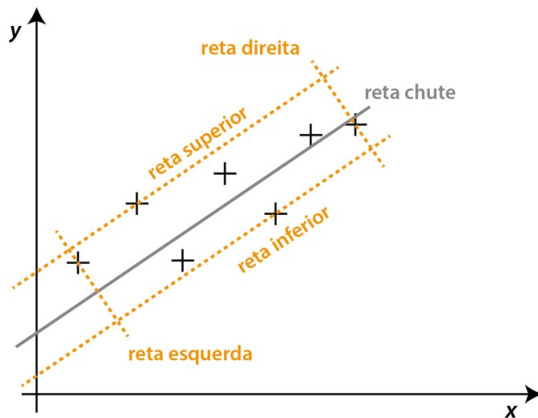
Conjunto com  $n$  pares de medidas  $\{x_i, y_i\}$  obtido com único instrumento para cada propriedade e mensurandos em diferentes estados, no qual está implícita uma relação linear  $y = B \cdot x + A$ . A melhor estimativa da inclinação,  $B = (B_{med} \pm \Delta B_{med})$  u. m., e a do intercepto,  $A = (A_{med} \pm \Delta A_{med})$  u. m., são determinadas

- Via Calculadora - Método dos Mínimos Quadrados (M.M.Q.)

Entrada	Cálculo	Obs.
[MODE][3][1]	[SHIFT][2][→][→][2][=]	Inclinação, $B_{med}$ (estimativa)
$x_1$ [, ] $y_1$ [DT]	[SHIFT][2][→][→][1][=]	Intercepto, $A_{med}$ (estimativa)
$x_2$ [, ] $y_2$ [DT]		
...		
$x_n$ [, ] $y_n$ [DT]		
	Reinício	Obs.
	[SHIFT][CLR][3][=][=]	Padrão fabricante

Incerteza quadrática	Inclinação	Intercepto
	$(\Delta B_{med})^2 = \frac{\sum y^2 + B^2 \sum x^2 - 2B \sum xy - nA^2}{(n-2)(\sum x^2 - n\bar{x}^2)}$	$(\Delta A_{med})^2 = \frac{\sum x^2}{n} (\Delta B)^2$

- Via gráfico em papel milimetrado: marcar os pontos. A partir da reta “chute”, desenhar “caixote” (retas acima, abaixo, esquerda, direita e diagonais); identificar os pontos  $P_{bar} = (x_{bar}, y_{bar})$ ,  $P_{max} = (x_{max}, y_{max})$  e  $P_{min} = (x_{min}, y_{min})$ ;



Determinar as inclinações máxima,  $B_{max} = \frac{y_{max} - y_{bar}}{x_{max} - x_{bar}}$ , e mínima,  $B_{min} = \frac{y_{min} - y_{bar}}{x_{min} - x_{bar}}$ ; calcular

		Estimativa	Incerteza
Gráfico Linear $y = B \cdot x + A$	Inclinação: B	$B_{med} = (B_{max} + B_{min})/2$	$\Delta B_{med} =  B_{max} - B_{min} /2$
	Intercepto: A	$A = y_{bar} - B_{med} \cdot x_{bar}$	$\Delta A_{med} =  \Delta B_{med} \cdot x_{bar} $

### Análise

Obtida a melhor estimativa da medida procurada:  $Q_{exp} = (q_{exp} \pm \Delta q_{exp})$  u. m.

- Desvio da Precisão:**  $DP = \frac{\Delta q_{exp}}{|q_{exp}|}$

Indica o quanto repetidas medições fornecerão medidas diferentes umas das outras. (ideal:  $DP < 10\%$ ).

Nota: Precisão,  $P = 1 - DP$

Conhecendo-se uma referência ou valor tabelado:  $Q_o = (q_o \pm \Delta q_o)$  u. m.

- Desvio da Exatidão:**  $DE = \frac{q_{exp} - q_o}{q_o}$

Indica o desvio a maior ou a menor do valor medido em relação ao valor de referência (ideal:  $|DE\%| < 10\%$ ).

Nota: Exatidão,  $E = 1 - DE$

- Desvio Global:**  $DG = \frac{|q_{exp} - q_o| + \Delta q_{exp}}{\Delta q_o}$

Porcentagem da melhor estimativa medida em relação à melhor estimativa da referência (ideal:  $AG < 100\%$ ).

Obs.: Expressar desvio em porcentagem (se menor 100% com 2 algarismos significativos, do contrário 3 algarismos significativos)