

Função do 1º Grau

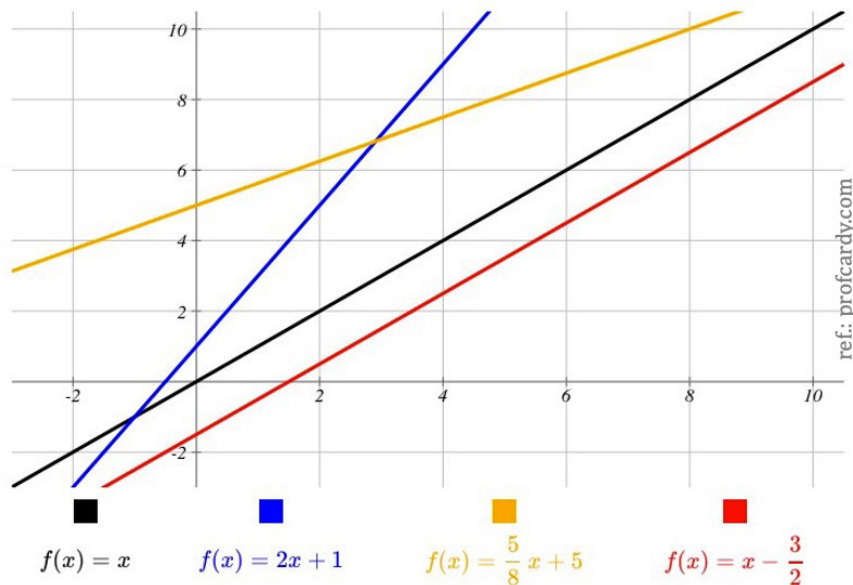
- Função do 1º grau

$$y = ax + b$$

com $a \neq 0$

- Raiz

$$P_r = \left(-\frac{b}{a}, 0\right)$$



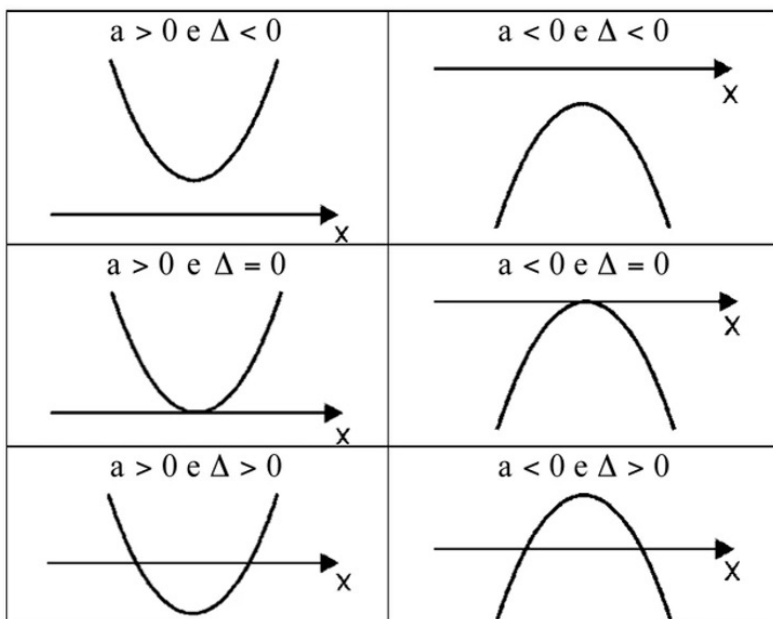
Ref.: 220816

2 de 39



Função do 2º Grau

- Função do 2º grau
 $y = ax^2 + bx + c$
com $a \neq 0$



ref.: educacao.globo.com



Ref.: 220816

3 de 39



Raízes

- Fazendo $y = 0$ tem-se

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \blacksquare \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

em que se tem

- $\Delta > 0 \rightarrow$ duas raízes reais distintas
- $\Delta = 0 \rightarrow$ duas raízes reais iguais
- $\Delta < 0 \rightarrow$ duas raízes imaginárias conjugadas



Ponto de Máximo/Mínimo

- Derivando e igualando a zero

$$\frac{dy}{dx} = 2ax + b = 0$$

- Coordenadas do ponto máximo/mínimo

$$P_m = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a} + c \right)$$

- Se $a > 0 \rightarrow P_{\text{mín}}$
 $a < 0 \rightarrow P_{\text{máx}}$



Ref.: 220816

5 de 39




F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =							
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x							
9		Dist.Simetria								
10		Inicial								
11		Final								
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

Análise: Delta =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		



Ref.: 220816

6 de 39



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =			Análise: Delta =				
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x			Pontos Especiais	x	y		
9		Dist.Simetrica				Raiz 1 =				
10		Inicial				Raiz 2 =				
11		Final				Extremo m =				
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 2 \\ c &= -8 \end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



Ref.: 220816

7 de 39




F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =							
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x							
9		Dist.Simetria								
10		Inicial								
11		Final								
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

Análise: Delta =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		

SE($\Delta > 0$; “duas raízes reais distintas”;
SE($\Delta = 0$; “duas raízes reais iguais”;
“duas raízes complexas conjugadas”))



Ref.: 220816

8 de 39



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1											
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$									
3											
4		Parâmetros	a =	Análise: Delta =							
5	b =										
6	c =										
7											
8		Referências	x								
9		Dist.Simetria									
10		Inicial									
11		Final									
12											
13		Total Ptos =									
14		Passo =									
15											
16		Ponto	x	y							
17		0									
18		1									
19		2									
20		3									
21		4									
22		5									

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		

$$x_m = \frac{-b}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =							
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x							
9		Dist.Simetria								
10		Inicial								
11		Final								
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

Análise: Delta =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		

$$y = ax^2 + bx + c$$



Ref.: 220816

10 de 39




F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =							
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x							
9		Dist.Simetria								
10		Inicial								
11		Final								
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

Análise: Delta =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		

SE($a > 0$; "ponto de mínimo";
"ponto de máximo"))



Ref.: 220816

11 de 39



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1											
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$									
3											
4		Parâmetros	a =	Análise: Delta =							
5	b =										
6	c =										
7											
8		Referências	x								
9		Dist.Simetria									
10		Inicial									
11		Final									
12											
13		Total Ptos =									
14		Passo =									
15											
16		Ponto	x	y							
17		0									
18		1									
19		2									
20		3									
21		4									
22		5									

MENOR($x_1; x_2; x_m$) - Dis.Sim

MAIOR($x_1; x_2; x_m$) + Dis.Sim



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1											
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$									
3											
4		Parâmetros	a =	Análise: Delta =							
5	b =										
6	c =										
7											
8		Referências	x								
9		Dist.Simetria									
10		Inicial									
11		Final									
12											
13		Total Ptos =									
14		Passo =									
15											
16		Ponto	x	y							
17		0									
18		1									
19		2									
20		3									
21		4									
22		5									

$$N = 100$$

$$\frac{x_f - x_i}{N}$$



F2G no Excel®

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Função do 2o. Grau: $y = ax^2 + bx + c$								
3										
4		Parâmetros	a =							
5			b =							
6			c =							
7										
8		Referências	x							
9		Dist.Simetria								
10		Inicial								
11		Final								
12										
13		Total Ptos =								
14		Passo =								
15										
16		Ponto	x	y						
17		0								
18		1								
19		2								
20		3								
21		4								
22		5								

Análise: Delta =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1 =		
Raiz 2 =		
Extremo m =		

$$x = x_i + Passo * Ponto$$

$$y = ax^2 + bx + c$$



F2G no Excel®

Selecione Fonte de Dados

Detalhes do Intervalo

Intervalo de dados do gráfico:

O Intervalo de Dados do Gráfico é muito complexo para ser exibido.
Se um novo intervalo de dados for selecionado, substituirá todas as séries no Painel de Séries.

Entradas de legenda (Série):

F2G	Nome: = "F2G"
Especiais	Valores de X: =funcoes_algebricas.xls
	Valores de Y: =funcoes_algebricas.xls

Rótulos do Eixo Horizontal (Categorias):

Células Ocultas e Vazias

Mostrar células vazias como:

Mostrar dados em linhas e colunas ocultas



Ref.: 220816

15 de 39

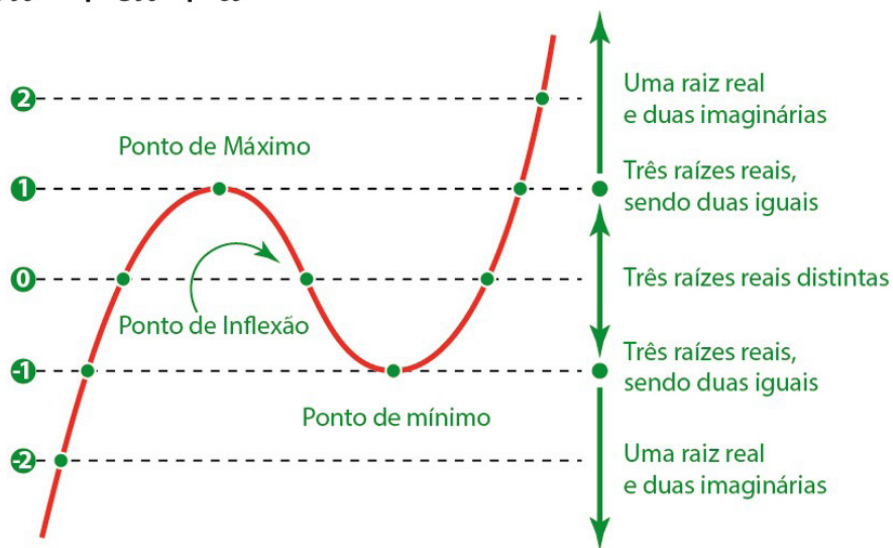


Função do 3º Grau

- Função do 3º grau

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

com $a \neq 0$



Pontos de Máximo/Mínimo

- Derivando e igualando a zero

$$\frac{dy}{dx} = 3ax^2 + 2bx + c = 0$$

- Com par ordenado $P_m = (x_m, y_m)$

$$x_m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$$

$$y_m = ax_m^3 + bx_m^2 + cx_m + d$$



Ponto de Inflexão

- Fazendo

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6ax + 2b = 0$$

- Ponto de inflexão $P_i = (x_i, y_i)$

$$x_i = -\frac{b}{3a}$$
$$y_i = \frac{b}{3a} \left(\frac{2b^2}{9a} - c \right) + d$$





Raízes

- Fazendo $y = 0$, procura-se x que satisfaça equação

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

- Determinar parâmetros

$$m = 3(3ac - b^2) \quad \blacksquare \quad n = 2b^3 - 9abc + 27a^2d$$

- Determinar discriminante

$$D = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{3}\right)^3$$

- Propriedades:

- Se $D > 0 \rightarrow$ uma raiz real, duas raízes imaginárias conjugadas.
- Se $D = 0 \rightarrow$ três raízes reais, sendo duas iguais.
- Se $D < 0 \rightarrow$ três raízes reais distintas.



Caso $D \geq 0$

- Calcular os radicais A e B

$$A = \sqrt[3]{-\frac{n}{2} + \sqrt{D}} \quad \text{e} \quad B = \sqrt[3]{-\frac{n}{2} - \sqrt{D}}$$

- As raízes são

$$x_1 = \frac{A + B - b}{3a}$$
$$x_2 = -\frac{1}{3a} \left(\frac{A + B}{2} - b \right) + i \frac{(A - B)}{2} \sqrt{3}$$
$$x_3 = -\frac{1}{3a} \left(\frac{A + B}{2} - b \right) - i \frac{(A - B)}{2} \sqrt{3}$$



Caso $D < 0$

- Determinar os parâmetros

$$\rho = \sqrt{-\left(\frac{m}{3}\right)^3} \quad \text{e} \quad \varphi = \cos^{-1}\left(-\frac{n}{2\rho}\right)$$

onde φ é dado em radianos

- Determinar as raízes

$$x_{k+1} = \frac{2^3\sqrt{\rho} \cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{3}\right) - b}{3a}, \text{ para } k = 0, 1, 2$$

- Cabe notar que para $\varphi \in (0, \pi)$ tem-se que $x_1 > x_3 > x_2$.



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros		Análise		Pontos Especiais		
a =		m =		Raiz 1	x	y
b =		n =		Raiz 2		
c =		Discriminante =		Raiz 3		
d =		A =		Extremo 1		
		B =		Extremo 2		
		rho =		Inflexão I		
		phi =				

Pontos		
Ref	x	
Inicial		
Final		

Total Ptos =	
Passo =	

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

$$a = 3$$

$$b = 4$$

$$c = -10$$

$$d = 30$$

$$m = 3(3ac - b^2)$$

$$n = 2b^3 - 9abc + 27a^2d$$

$$D = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{3}\right)^3$$



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros		a =	b =	c =	d =

Pontos		x
Ref		
Inicial		
Final		
Total Ptos =		
Passo =		

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Análise		m =	n =
Discriminante =			
A =			
B =			
rho =			
phi =			

Pontos Especiais		x	y
Raiz 1			
Raiz 2			
Raiz 3			
Extremo 1			
Extremo 2			
Inflexão I			

SE($D > 0$; “uma raiz real, duas complexas conjugadas”; SE($D = 0$; “três raízes reais, sendo duas iguais”; “três raízes reais distintas”))



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros	a =	b =	c =	d =

Análise	m =	n =
Discriminante =		
A =		
B =		
rho =		
phi =		

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1		
Raiz 2		
Raiz 3		
Extremo 1		
Extremo 2		
Inflexão I		

Pontos	x
Ref	
Inicial	
Final	

Total Ptos =
Passo =

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Se $D > 0$

$$x_1 = \frac{A + B - b}{3a} = x_2 = x_3$$



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros	a =	b =	c =	d =

Análise	m =	n =

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1		
Raiz 2		
Raiz 3		
Extremo 1		
Extremo 2		
Inflexão I		

Pontos	x
Ref	
Inicial	
Final	

Total Ptos =
Passo =

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Se $D < 0$

$$x_1 = \left(2^{\frac{1}{3}} \sqrt{\rho} \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) - b \right) / (3a)$$

$$x_2 = \left(2^{\frac{1}{3}} \sqrt{\rho} \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi}{3}\right) - b \right) / (3a)$$

$$x_3 = \left(2^{\frac{1}{3}} \sqrt{\rho} \cos\left(\frac{\varphi + 4\pi}{3}\right) - b \right) / (3a)$$



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros		a =
	b =	
	c =	
	d =	

Pontos		x
Ref		
inicial		
final		

Total Ptos =	
Passo =	

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Análise		m =
	n =	
	Discriminante =	
	A =	
	B =	
	rho =	
	phi =	

Pontos Especiais		x	y
	Raiz 1		
	Raiz 2		
	Raiz 3		
	Extremo 1		
	Extremo 2		
	Inflexão I		

Inflexão

$$x_i = -\frac{b}{3a}$$



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros	a =	b =	c =	d =

Análise	m =	n =
Discriminante =		
A =		
B =		
rho =		
phi =		

Pontos Especiais	x	y
Raiz 1		
Raiz 2		
Raiz 3		
Extremo 1		
Extremo 2		
Inflexão I		

Pontos	x
Ref	
Inicial	
Final	

Total Ptos =
Passo =

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Se

$3ax_E + b < 0 \rightarrow$ Máximo

$3ax_E + b > 0 \rightarrow$ Mínimo



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros		a =	b =	c =	d =

Análise		m =	n =

Pontos Especiais		x	y
	Raiz 1		
	Raiz 2		
	Raiz 3		
	Extremo 1		
	Extremo 2		
	Inflexão I		

Pontos		x
	Ref	
	inicial	
	final	

Total Ptos =	

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

MENOR($x_1; x_2; x_3; x_{E1}; x_{E2}; x_i$) - Ref

MAIOR($x_1; x_2; x_3; x_{E1}; x_{E2}; x_i$) + Ref



F3G no Excel®

Função do 3o. Grau: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Parâmetros		a =	b =	c =	d =

Análise		m =	n =

Pontos		x
Ref		
Inicial		
Final		

Pontos Especiais		x	y
Raiz 1			
Raiz 2			
Raiz 3			
Extremo 1			
Extremo 2			
Inflexão I			

Total Ptos =	Passo =

Ponto	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

$$\frac{x_f - x_i}{N}$$

$N = 100$



F3G no Excel®

Selecione Fonte de Dados

Detalhes do Intervalo

Intervalo de dados do gráfico:

O Intervalo de Dados do Gráfico é muito complexo para ser exibido.
Se um novo intervalo de dados for selecionado, substituirá todas as séries no Painel de Séries.

Entradas de legenda (Série):

F2G
Especiais

Nome:

Valores de X:

Valores de Y:

Alternar entre Linha/Coluna

Rótulos do Eixo Horizontal (Categorias):

Células Ocultas e Vazias

Mostrar células vazias como:

Mostrar dados em linhas e colunas ocultas



Ref.: 220816

37 de 39



F3G no Excel®

