

Ref.: 220808

1 de 44



Calculadora Padrão Cassio®

- A maioria das calculadoras científicas têm comandos e configurações espelhados na calculadora Cassio®.



ref: www.mercadolivre.com.br

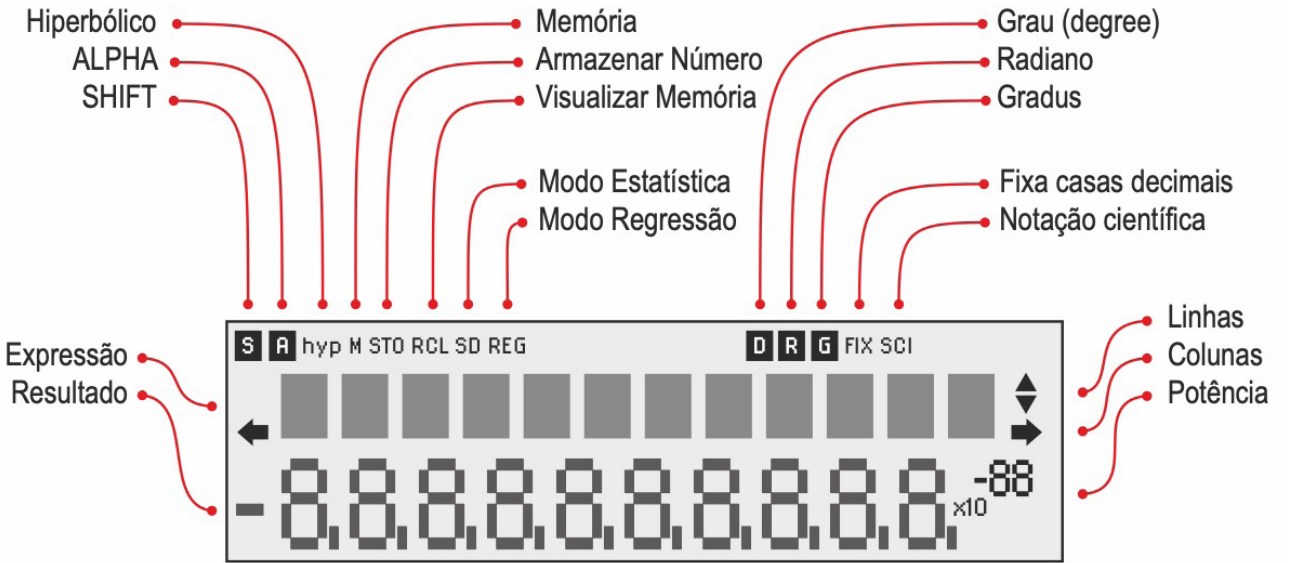


Ref.: 220808

2 de 44



Visor



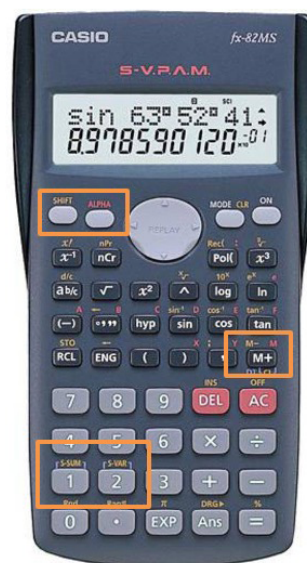
Ref.: 220808

3 de 44



Teclas Especiais

- A tecla **SHIFT** altera o valor nominal da tecla.
 - o novo valor está impresso em amarelo no corpo da calculadora.
- A tecla **ALPHA** acessa a memória armazenada
 - Impresso em vermelho no corpo da calculadora: A, B, C, ..., F
- Ainda tem as teclas associadas ao azul: são dedicadas à estatística.



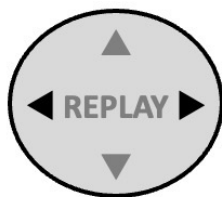
Ref.: 220808

4 de 44

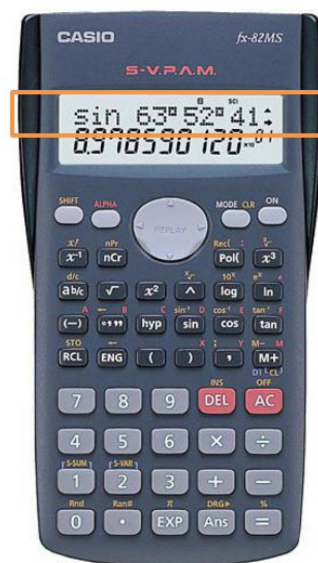


Correção na Introdução

- Utilize as setas para mover o cursor para a posição desejada



- Pressione **DEL** para apagar o número ou função
- Pressione **SHIFT DEL** para inserir número ou função



Ref.: 220808

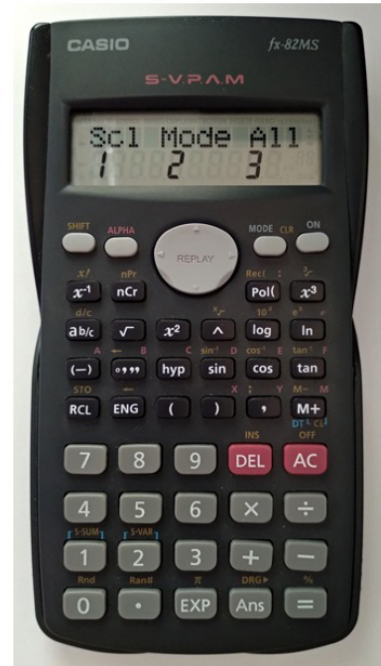
5 de 44



Zerar Dados

SHIFT CLR →

- 1 Mc1  Mem clear **= =**
- 2 Mode  Mode clear **= =**
- 3 All  Reset All **= =**
Comp, Degree, Norm 1, Dot



Ref.: 220808

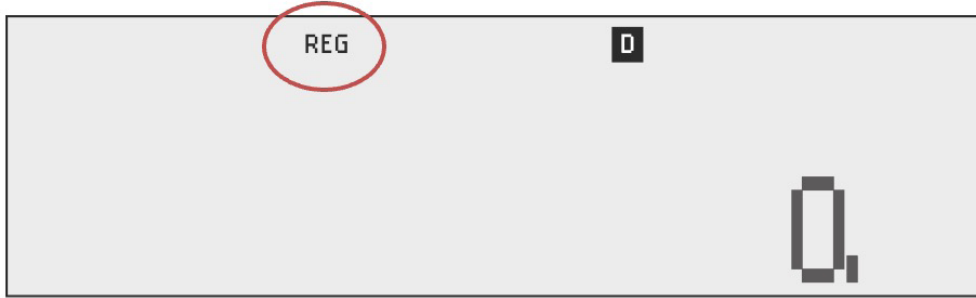
6 de 44



Modo REG: básico

- **MODE** 3 REG 1 Lin
- **MODE** **MODE** 1 Deg
- **MODE** **MODE** **MODE** 3 Norm 1

Não usar
memórias
A...F,X,Y



Objetivo

- Busca-se o valor verdadeiro de uma grandeza física específica.
- Valores verdadeiros são, por natureza, indeterminados.
- Fala-se em melhor estimativa.



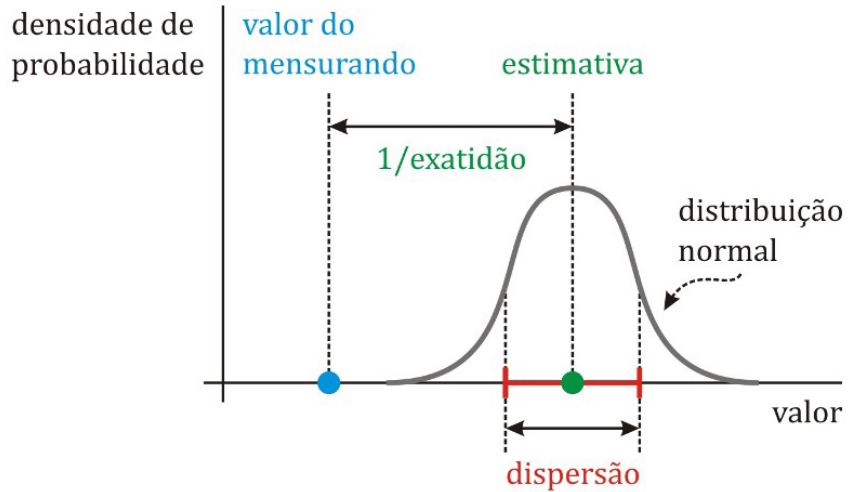
Ref.: 220808

8 de 44



Representação Gráfica de uma Medida

- A Estatística é uma ferramenta matemática fundamental para expressar a incerteza da medida de um mensurando.



Ref.: 220808

9 de 44



Colaboradores (alguns)



- **Abraham de Moivre:**
distribuição normal (1733)

- **Laplace (Pierre Simon):**
análise de erros de
experimentos (1812)



- **Adrien-Marie Legendre:**
método dos mínimos
quadrados (1805)



Expressando a Melhor Estimativa!

$$q = (q_{est} \pm \Delta q_{est}) \text{ u.m.}$$

1º) estimativa e incerteza estão na mesma escala

2º) incerteza é escrita com 1 a. s. (no máximo 2 a.s.)

3º) a estimativa tem mesma precisão que a incerteza





Arredondamento

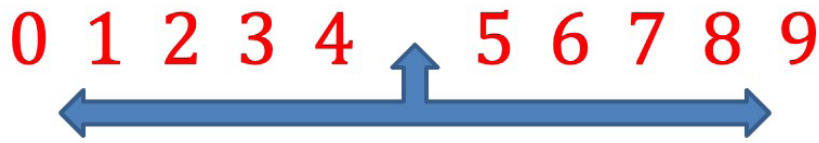
Norma ABNT NBR 5891:2014

- Arredondar um número...
analisa-se os algarismos seguintes ao último a ser mantido
- Se os algarismos decimais seguintes forem
 - **menores que 5, 50, 500, 5000...**, o anterior não se modifica.
 - **maiores que 5, 50, 500, 5000...**, o anterior é incrementado em uma unidade.
 - **iguais a 5, 50, 500, 5000... e o anterior for ímpar**, o anterior é incrementado em uma unidade.



Arredondamento Aritmético

- Arredondar um número... (padrão calculadora)
analisa-se o algarismo seguinte ao último a ser mantido.
Se igual a...



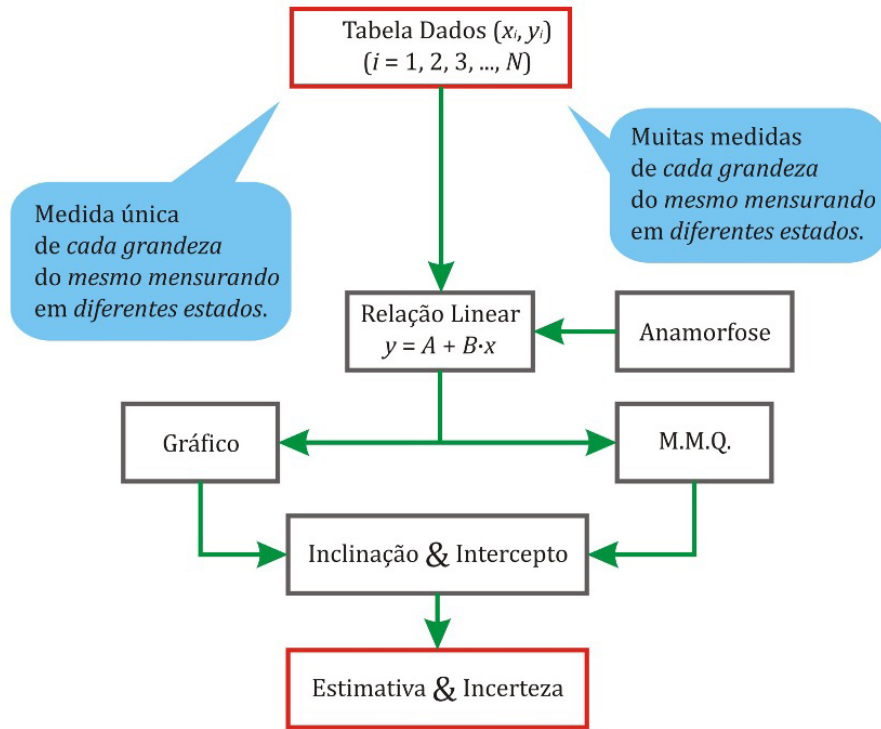
descarta-se: mantém
o último algarismo

descarta-se: adiciona-se
1 ao último algarismo

- O arredondamento da incerteza e da estimativa é feito uma única vez, no momento de expressar a melhor estimativa da medida.

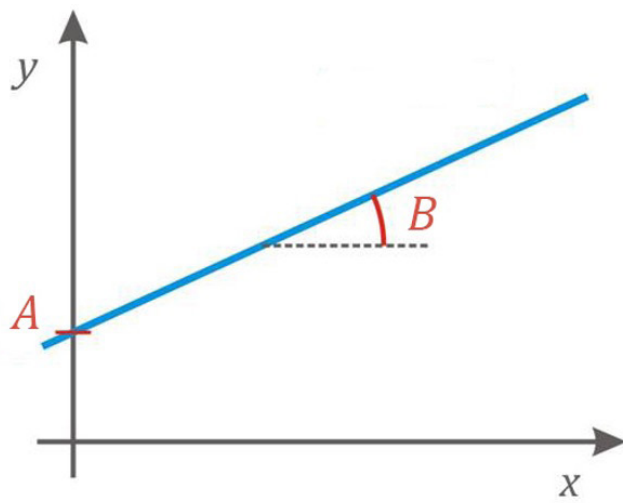


Melhor Estimativa



Curva de Calibração

Inclinação e Intercepto



Equação da Reta

$$y = Bx + A$$

inclinação

intercepto



Ref.: 220808

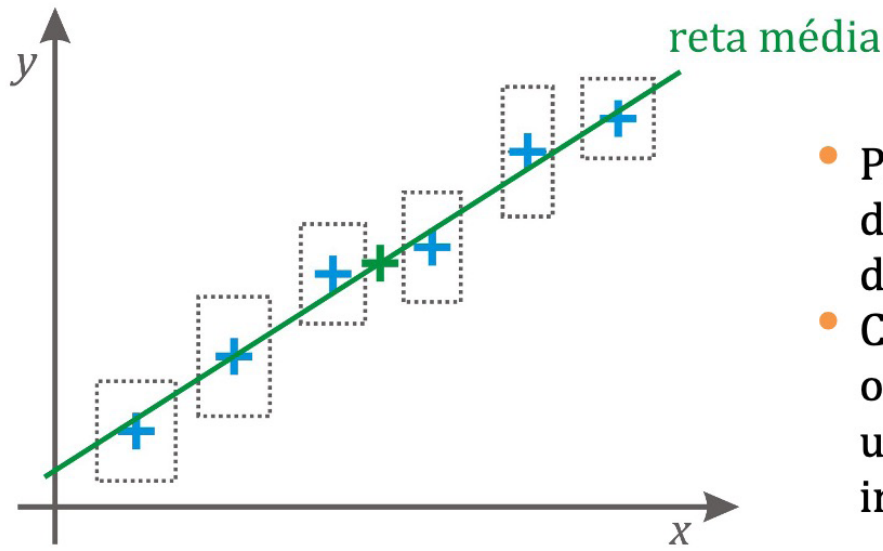
15 de 44





Reta Média

$$y = A + B \cdot x$$



- Propriedade: dois pontos definem uma reta
- Cada par ordenado tem uma área de incerteza



Exemplos Lineares

$$y = A + B \cdot x$$

$$\text{M.R.U.} \quad x = x_0 + v \cdot t$$

$$\text{M.R.U.V.} \quad v = v_0 + a \cdot t$$

$$\text{2ª Lei de Newton} \quad F_{res} = m \cdot a$$

$$\text{Dilatação Linear} \quad L = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\text{Lei de Ohm} \quad \Delta U = R \cdot I$$



Ref.: 220808

17 de 44



Exemplos Não Lineares

Equação

M.R.U.V

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

M.R.U.V.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

Eletrodinâmica

$$I = I_0 e^{-\alpha t}$$

Onda em Corda

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\tau/\mu}$$

Termodinâmica

$$P = \frac{nRT}{V}$$



Ref.: 220808

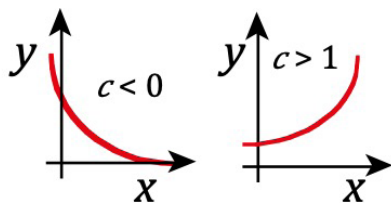
18 de 44



Anamorfose

Caso: $y = a \cdot b^{c \cdot x}$

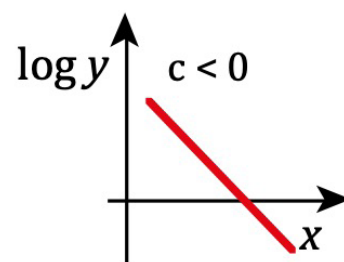
- Gráficos típicos



- Com anamorfose

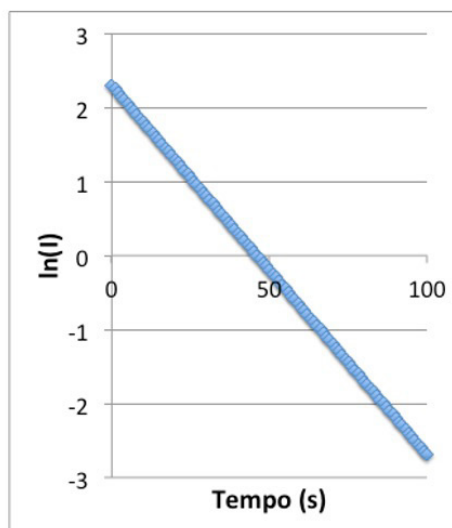
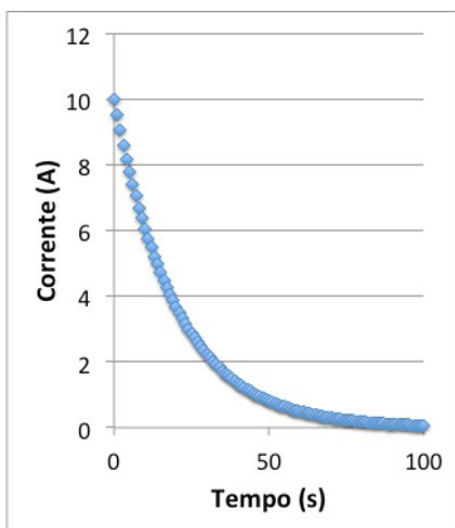
$$\begin{array}{ccccccc} \log y & = & \log a & + & c \cdot \log b & \cdot & x \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ Y & = & A & + & B & \cdot & X \end{array}$$

X	Y
x_1	$\log y_1$
x_2	$\log y_2$
\vdots	\vdots
x_n	$\log y_n$



Exemplo 1

- Gráficos da corrente elétrica em um capacitor descarregando
- Equação: $I(t) = 10e^{-0,05t}$



Ref.: 220808

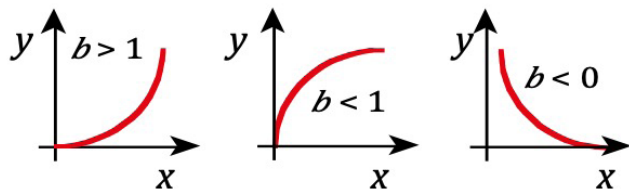
20 de 44



Anamorfose

Caso: $y = a \cdot x^b$

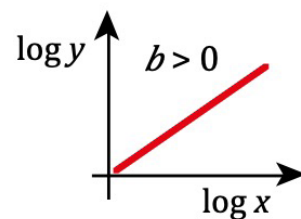
- Gráficos típicos



- Com anamorfose

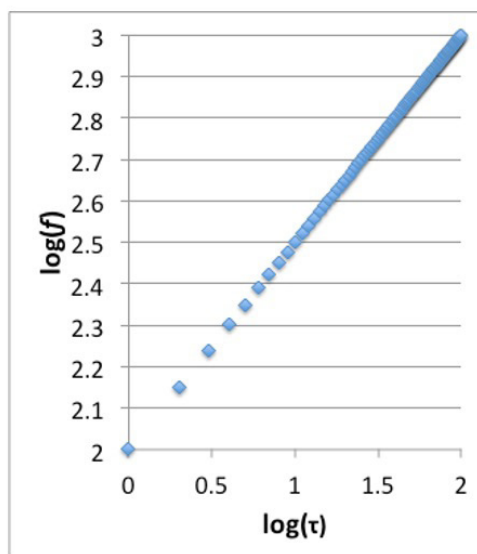
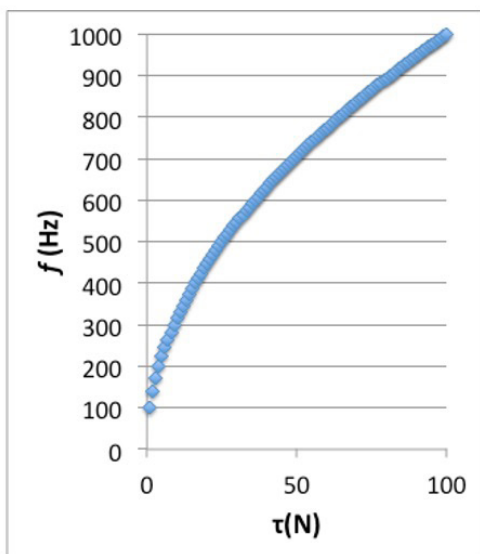
$$\begin{array}{ccccccc} \log y & = & \log a & + & b & \cdot & \log x \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ Y & = & A & + & B & \cdot & X \end{array}$$

X	Y
$\log x_1$	$\log y_1$
$\log x_2$	$\log y_2$
\vdots	\vdots
$\log x_n$	$\log y_n$



Exemplo 2

- A frequência sonora em uma corda vibrante depende da tração
- Equação: $f(\tau) = 100 \cdot \tau^{1/2}$



Ref.: 220808

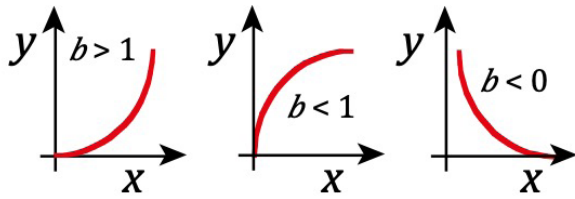
22 de 44



Anamorfose

Caso: $y = a \cdot x^b$ (com b conhecido)

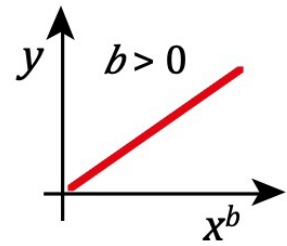
- Gráficos típicos



- Com anamorfose, $A = 0$

$$\begin{array}{ccc} y & = & a \cdot x^b \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ Y & = & B \cdot X \end{array}$$

X	Y
x^b_1	y_1
x^b_2	y_2
\vdots	\vdots
x^b_n	y_n



Ref.: 220808

23 de 44



Modos Regressão Linear

Mode 3	Tipo	Função	Anamorfose: linear
1 Lin	Linear	$y = A + Bx$	
2 Log	Logaritmo	$y = A + B \ln x$	
3 Exp	Exponencial	$y = Ae^{Bx}$	$\ln y = \ln A + B \cdot x$
s1 Pwr	Potência	$y = Ax^B$	$\ln y = \ln A + B \cdot \ln x$
s2 Inv	Inversa	$y = A + \frac{B}{x}$	$y = A + B \cdot \frac{1}{x}$
s3 Quad	Quadrática	$y = A + Bx + Cx^2$	$y = A + Cx^2, B = 0$

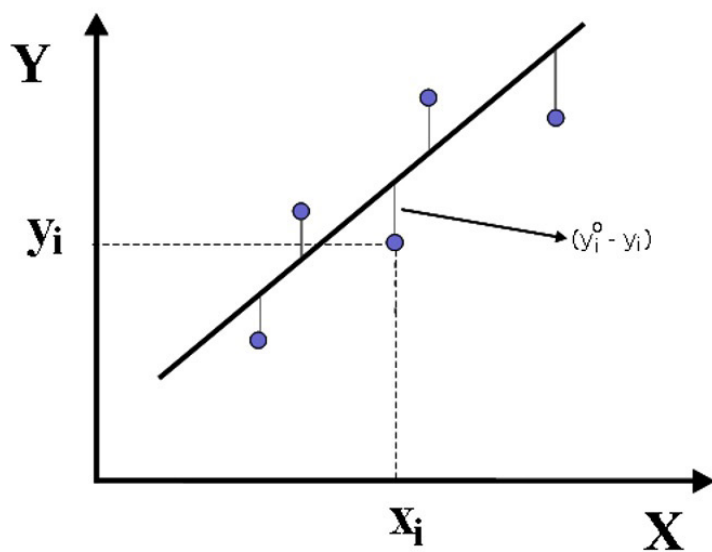


Ref.: 220808

24 de 44



Método dos Mínimos Quadrados



Ref.: 220808

25 de 44





Ideia

- Conjunto de n dados $\{x_i, y_i\}$ para a relação: $y = A + B \cdot x$
- Relação encontrada: $y_i \cong A + B \cdot x_i \rightarrow d_i = y_i - (A + B \cdot x_i)$
- Busca-se coeficientes A e B tal que

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = \min \rightarrow 0$$

- Daí

$$\frac{\partial}{\partial A} \sum_{i=1}^n d_i^2 = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial B} \sum_{i=1}^n d_i^2 = 0$$



M.M.Q.

Série de Medidas de um Mensurando em Diferentes Estados

- Dado n pares de medidas $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ e a relação linear $y_i \cong A + B \cdot x_i$ tem-se

	Inclinação	Intercepto
Estimativa	$B = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$	$A = \bar{y} - B\bar{x}$
Incerteza quadrática	$(\Delta B)^2 = \frac{\sum y^2 + B^2 \sum x^2 - 2B \sum xy - nA^2}{(n-2)(\sum x^2 - n\bar{x}^2)}$	$(\Delta A)^2 = \frac{\sum x^2}{n} (\Delta B)^2$



Ref.: 220808

27 de 44



Análise da Regressão

- Coeficiente de correlação linear de Pearson (ρ)
Grau de relacionamento entre as duas grandezas.

$$\rho = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n\bar{x}^2)(\sum y^2 - n\bar{y}^2)}}$$

Obs: geometricamente ρ é o ângulo entre os vetores **X** e **Y**.

- Coeficiente de determinação (R^2)
Porcentagem de concordância entre modelo e dados.

$$R^2 = \rho^2$$

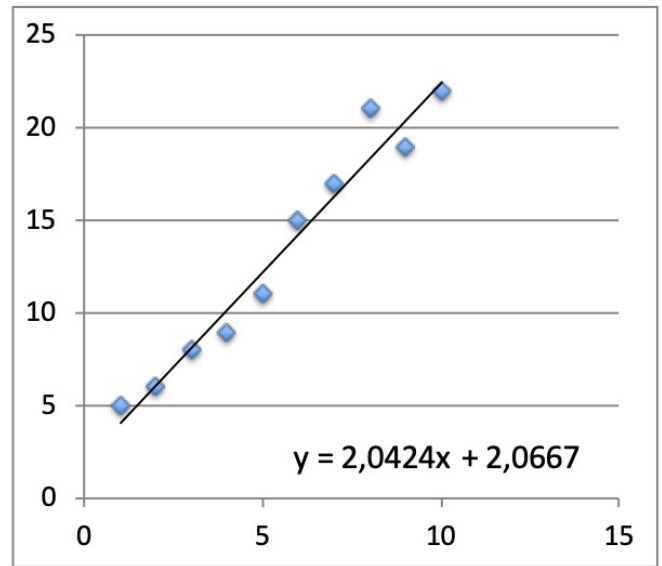
Propriedad
e
 $\rho^2 = R^2$



Exemplo 3

- Inclinação
 $B = (2,04 \pm 0,15)$
- Intercepto
 $A = (2,07 \pm 0,90)$
- Correlação linear
 $\rho = 0,980$
- Coeficiente de determinação
 $R^2 = 0,912$

x_i	y_i
1	5
2	6
3	8
4	9
5	11
6	15
7	17
8	21
9	19
10	22



Funções da Calculadora

- Lin, Log, Exp, Pwr, Inv
- [SHIFT][2]

$$\bar{x} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}$$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n}}$$

$$sx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$$

$$\bar{y}$$

$$\sigma y$$

$$sy$$

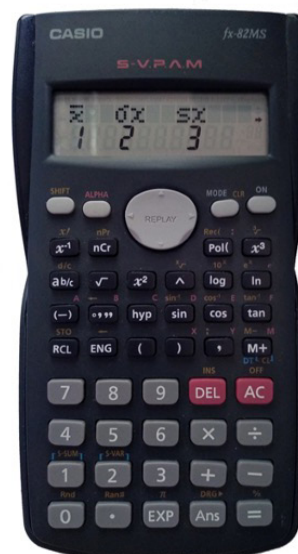
$$A$$

$$B$$

$$r$$

$$\hat{x} \left(= \frac{y-A}{B} \right)$$

$$\hat{y} (= A + Bx)$$





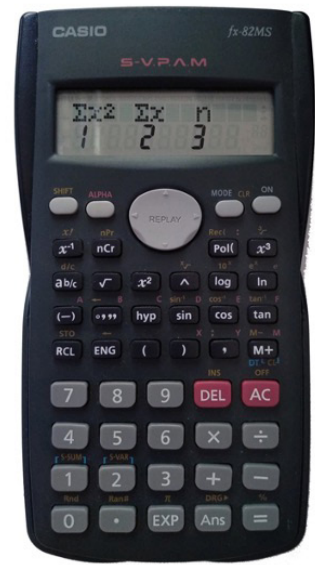
Matemática

filofima.com.br



Funções da Calculadora

- Quad
- [SHIFT][1]
 - $\sum x^2$
 - $\sum x$
 - n
 - $\sum y^2$
 - $\sum y$
 - $\sum xy$
- $\sum x^3$
- $\sum x^2y$
- $\sum x^4$
- [SHIFT][2]
 - \bar{x}
 - σx
 - sx
 - \bar{y}
 - σy
 - sy
 - A
 - B
 - C
- $\hat{x}1$
- $\hat{x}2$
- \hat{y}



M.M.Q. - Calculadora



Regressão
Linear

- [MODE][3][1]
 - x_1 [,] y_1 [DT]
 - x_2 [,] y_2 [DT]
 - \vdots
 - x_n [,] y_n [DT]
 - [SHIFT][2][>][>][1][=] → **intercepto, A**
 - [SHIFT][2][>][>][2][=] → **inclinação, B**
- Obs.: [REPLAY] permite editar valores

Estimativa



M.M.Q. - Calculadora

Regressão
Linear



Inclinação, B

Incerteza
quadrática

$$(\Delta B)^2 = \frac{\sum y^2 + B^2 \sum x^2 - 2B \sum xy - nA^2}{(n - 2)(\sum x^2 - n\bar{x}^2)}$$

Intercepto, A

Incerteza
quadrática

$$(\Delta A)^2 = \frac{\sum x^2}{n} (\Delta B)^2$$



Ref.: 220808

34 de 44



Análise - calculadora

Coeficiente de correlação de Pearson

$$\rho = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n\bar{x}^2)(\sum y^2 - n\bar{y}^2)}}$$

Coeficiente de determinação

$$R^2 = \rho^2$$



Ref.: 220808

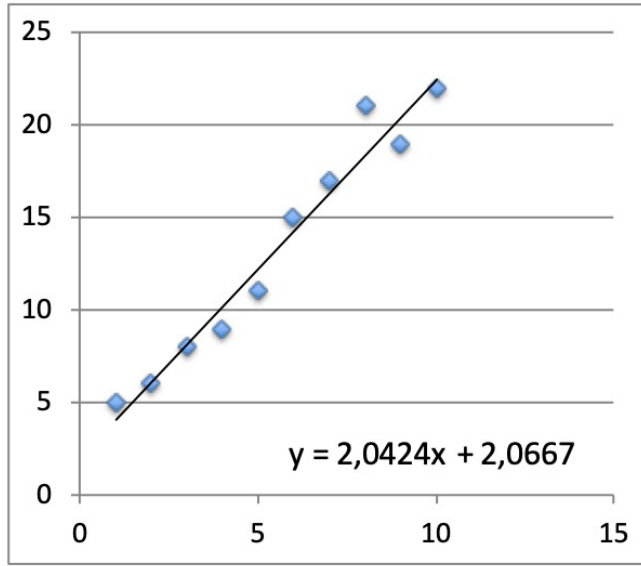
35 de 44



Exercício

- Linear

x_i	y_i
1	5
2	6
3	8
4	9
5	11
6	15
7	17
8	21
9	19
10	22



[MODE][3][1]



Ref.: 220808

36 de 44



Exercício pra valer!

Compr.(pol.)	Peso(lb.)
26	80
45	344
54	416
49	348
35	166
41	220
41	262
49	360
39	204
31	144

- Relação entre Tamanho do Tórax, em polegadas e Peso, em libras, de certo animal
- Determinar o coeficiente de correlação e analisa-lo



Ref.: 220808

37 de 44



Exercício pra valer!

Sistólica (X)	Diastólica (Y)
138	82
130	91
135	100
140	100
120	80
125	90
120	80
130	80
130	80
144	98
143	105
140	85
130	70
150	100

- Relação entre pressão Sistólica e pressão Diastólica
- Determinar o coeficiente de correlação e analisa-lo



Exercício pra valer!

Temperatura (X)	Tempo em min (Y)
55	145,3
61	148,7
49	148,3
62	148,1
70	147,6
73	146,4
51	144,7
57	147,5

- Relação entre Temperatura e Tempo de esfriamento de certo material
- Determinar o coeficiente de correlação e analisa-lo



Ref.: 220808

39 de 44



Exercício pra valer!

Cricilos em 1min (X)	Temperatura (°F) (Y)
882	69,7
1188	93,3
1104	84,3
864	76,3
1200	88,6
1032	82,6
960	71,6
900	79,6

- Relação entre número de Cricilos no tempo de um minuto e Temperatura ambiente
- Determinar o coeficiente de correlação e analisa-lo



Exercício pra valer!

Altura em polegadas (X)	Taxa de Pulsação batimentos por min (Y)
64,3	76
66,4	72
62,3	88
62,3	60
59,6	72
63,6	68
59,8	80
63,3	64
67,9	68
61,4	68
66,7	80
64,8	76

- Relação entre Altura de uma pessoa e sua Taxa de Pulsação
- Determinar o coeficiente de correlação e analisa-lo



Ref.: 220808

41 de 44



Exercício

- Os dados a seguir mostram como a Difusividade Térmica de uma fibra (carbono ou vidro com ou sem envelhecimento) varia em função da temperatura. Quatro situações diferentes são consideradas

Tabela – Temperatura (°C) e Difusividade Térmica (mm²/s)

Carb sem		Vidro sem		Carb com		Vidro com	
Temp (°C)	Dif Térm (mm ² /s)	Temp (°C)	Dif Térm (mm ² /s)	Temp (°C)	Dif Térm (mm ² /s)	Temp (°C)	Dif Térm (mm ² /s)
30,2	0,459	30,3	0,304	29,9	0,422	30,1	0,339
50,3	0,445	50,4	0,297	50,2	0,408	50,3	0,341
60,1	0,442	60,2	0,296	60,1	0,404	60,3	0,337
120,2	0,414	119,9	0,283	120,0	0,365	120,1	0,290
130,1	0,414	130,2	0,281	130,0	0,362	130,1	0,288
170,0	0,371	170,1	0,281	169,9	0,334	170,0	0,276
180,0	0,366	180,0	0,284	179,8	0,326	180,0	0,273
27,8	0,449	30,1	0,336	30,1	0,436	29,9	0,299
90,0	0,497	90,0	0,317	90,2	0,392	90,0	0,268
110,0	0,436	110,0	0,310	110,1	0,383	110,0	0,260
114,8	0,436	115,0	0,313	115,4	0,380	115,1	0,267
139,9	0,425	139,9	0,306	140,1	0,370	140,0	0,254
179,9	0,379	179,8	0,299	180,0	0,336	179,9	0,247
190,0	0,372	189,9	0,296	190,0	0,328	189,9	0,244
209,9	0,367	209,9	0,285	210,0	0,330	209,9	0,236

Ref.: 220808

42 de 44



Exercício

Unidade federativa	População (2014)	PIB per capita(R\$) (2015)	IDH (2010)	Alfabet. (2016)
AC	795.145	16.953,46	0,663	86,9%
AL	3.327.551	13.877,53	0,631	80,6%
AP	756.500	18.079,54	0,708	95,0%
AM	3.893.763	21.978,95	0,674	93,1%
BA	15.150.143	16.115,89	0,660	87,0%
CE	8.867.448	14.669,14	0,682	84,8%
DF	2.867.869	73.971,05	0,824	97,4%
ES	3.894.899	30.627,45	0,74	93,8%
GO	6.551.322	26.265,32	0,735	93,5%
MA	6.861.924	11.366,23	0,639	83,3%
MT	3.236.578	32.894,96	0,725	93,5%
MS	2.630.098	31.337,22	0,729	93,7%
MG	20.777.672	24.884,94	0,731	93,8%
PA	8.101.180	16.009,98	0,646	90,7%

Unidade federativa	População (2014)	PIB per capita(R\$) (2015)	IDH (2010)	Alfabet. (2016)
PB	3.950.359	14.133,32	0,658	83,7%
PR	11.112.062	33.768,62	0,749	95,5%
PE	9.297.861	16.795,34	0,673	87,2%
PI	3.198.185	12.218,51	0,646	82,8%
RJ	16.497.395	39.826,95	0,761	97,3%
RN	3.419.550	16.631,86	0,684	85,3%
RS	11.228.091	33.960,36	0,746	96,8%
RO	1.755.015	20.677,95	0,690	93,3%
RR	500.826	20.476,71	0,707	93,4%
SC	6.734.568	36.525,28	0,774	97,2%
SP	44.169.350	43.694,68	0,783	97,2%
SE	2.227.294	17.189,28	0,665	85,3%
TO	1.502.759	19.094,16	0,699	89,6%

Fonte: Wikipedia.com



Ref.: 220808

43 de 44



Referências

- G. L. SQUIRES. *Practical Physics*. 4th ed. United Kingdom: Cambrigde, 2001.
- *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição*. 3ª ed. revisada. Rio de Janeiro: ABNT, INMETRO, 2003.
- *Quadro Geral de Unidades de Medida*. 4ª ed. São Paulo: SENAI, 2007.
- *Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados*. INMETRO, 2009.

