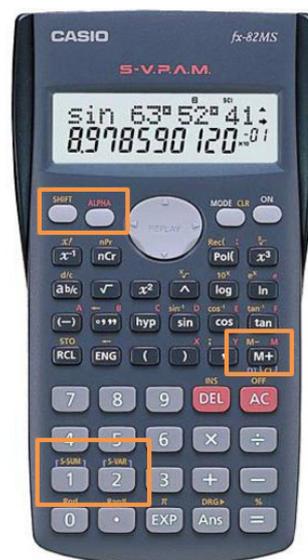


Teclas Especiais

- A tecla **SHIFT** altera o valor nominal da tecla.
- o novo valor está impresso em amarelo no corpo da calculadora.
- A tecla **ALPHA** acessa a memória armazenada
 - Impresso em vermelho no corpo da calculadora: A, B, C, ..., F
- Ainda tem as teclas associadas ao azul: são dedicadas à estatística.



Ref.: 220808

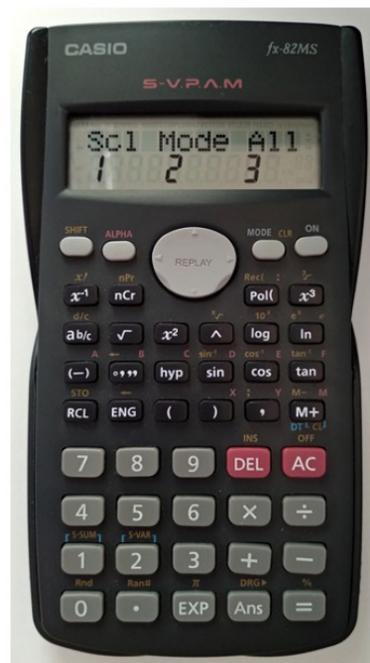
4 de 36



Zerar Dados

SHIFT CLR →

- 1 Mc1 📱 Mem clear = =
- 2 Mode 📱 Mode clear = =
- 3 All 📱 Reset All = =
Comp, Degree, Norm 1, Dot



Ref.: 220808

7 de 36



Modo COMP: básico

- **MODE** 1 **COMP**
- **MODE** **MODE** 1 **Deg**
- **MODE** **MODE** **MODE** 3 **Norm 1**



Ref.: 220808

8 de 36



Lei dos Grandes Números

- Descreve o resultado da realização da mesma experiência repetidas vezes.
- É possível descobrir por meio de numerosas observações e de experiências suficientes a probabilidade de
 - um evento natural acontecer (por exemplo, a probabilidade de chover) ou de
 - uma fração de uma população satisfazer a uma condição (por exemplo, a probabilidade de ser produzida uma determinada quantidade de peças defeituosas em uma linha de montagem)



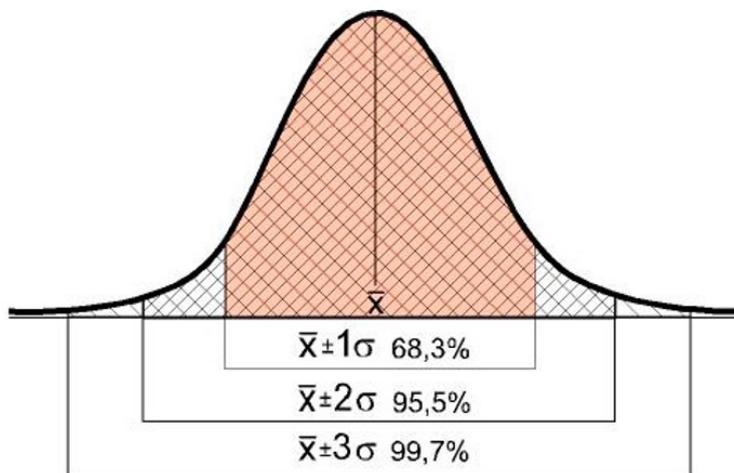
Ref.: 220808

10 de 36



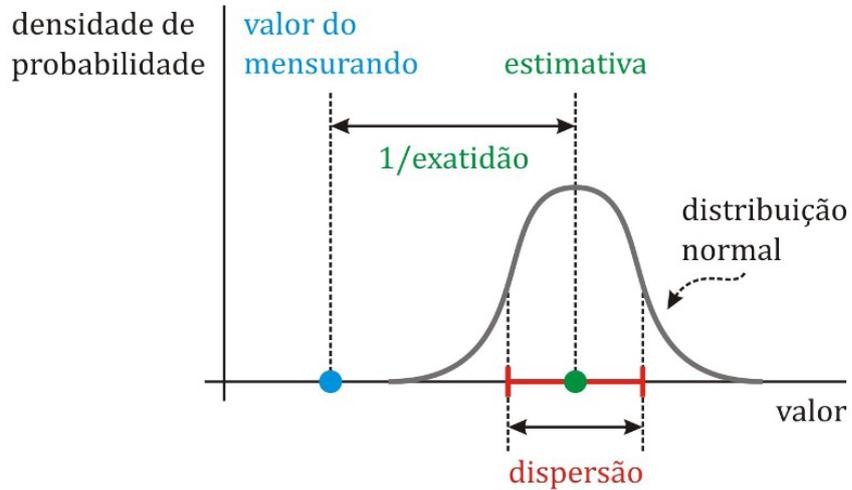
Curva Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$



Representação Gráfica de uma Medida

- A Estatística é uma ferramenta matemática fundamental para expressar a incerteza da medida de um mensurando.



Ref.: 220808

13 de 36



Estimativa e Incerteza Estatísticas

Muitas Medidas de Única Grandeza no Mesmo Estado

N medidas da grandeza q	Estimativa (média aritmética)	$\bar{q} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N q_k$
	Incerteza quadrática (variância da média)	$(\Delta\bar{q})^2 = \frac{s^2(q_k)}{N}$

- onde $s^2(q_k)$ é variância experimental ou sua dispersão em torno de sua média. . . . $s^2(q_k) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (q_k - \bar{q})^2$
- fala-se também em incerteza estendida, para comparar com a resolução do equipamento. . . . $\Delta q_{exp} = 2\Delta\bar{q}$



Ref.: 220808

14 de 36



Natureza Estatística da Medida

- Caixa de laranjas: 200 unidades



ref.: www.famlaranjas.com.br

201	192	188	192	199
205	196	206	196	203
204	199	209	193	202
189	201	214	205	203
220	216	192	210	211
203	199	193	204	210
201	208	190	188	198
196	207	197	201	200
193	199	200	207	213
185	208	203	206	215



Ref.: 220808

15 de 36



De volta à caixa de laranjas

- Estimativa

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = 201,4 \cong 201$$

- Incerteza



$$s(x_k) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} = 7,9693 \dots \cong 8$$

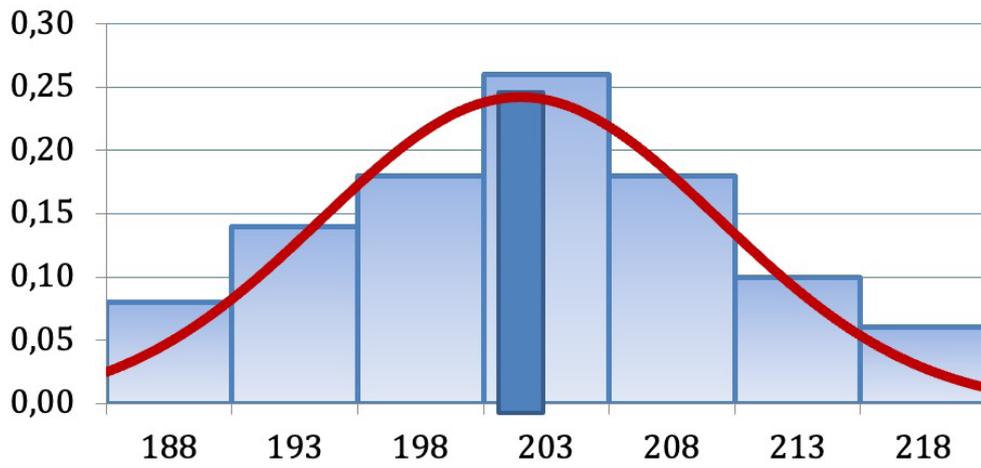
$$\Delta \bar{x} = \frac{s(x_k)}{\sqrt{N}} = 1,1270 \dots \cong 1$$



Análise

- Melhor estimativa

$$Cx = (201 \pm 1) \text{ laranjas}$$

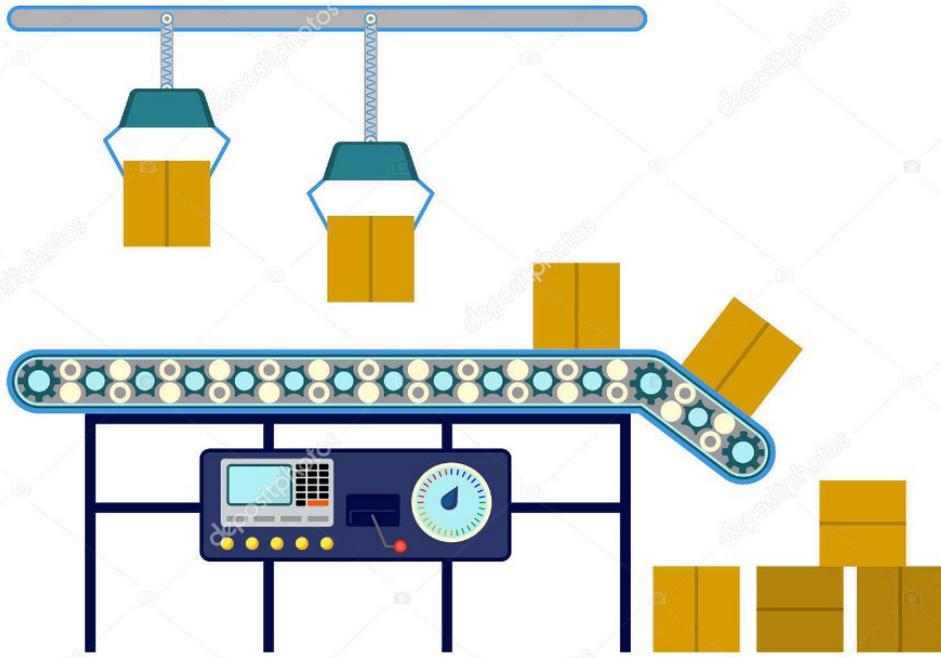


Ref.: 220808

17 de 36



Indústria: Melhor Estimativa



Ref.: pt.depositphotos.com



Ref.: 220808

18 de 36



Matemática



filofima.com.br



Expressando a Melhor Estimativa!

$$q = (q_{est} \pm \Delta q_{est}) \text{ u.m.}$$

1º) estimativa e incerteza estão na mesma escala

2º) incerteza é escrita com 1 a. s. (no máximo 2 a.s.)

3º) a estimativa tem mesma precisão que a incerteza





Arredondamento

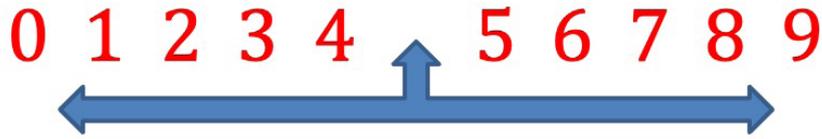
Norma ABNT NBR 5891:2014

- Arredondar um número...
analisa-se os algarismos seguintes ao último a ser mantido
- Se os algarismos decimais seguintes forem
 - **menores que 5, 50, 500, 5000...**, o anterior não se modifica.
 - **maiores que 5, 50, 500, 5000...**, o anterior é incrementado em uma unidade.
 - **iguais a 5, 50, 500, 5000... e o anterior for ímpar**, o anterior é incrementado em uma unidade.



Arredondamento Aritmético

- Arredondar um número... (padrão calculadora)
analisa-se o algarismo seguinte ao último a ser mantido.
Se igual a...



descarta-se: mantém
o último algarismo

descarta-se: adiciona-se
1 ao último algarismo

- O arredondamento da incerteza e da estimativa é feito uma única vez, no momento de expressar a melhor estimativa da medida.



Algoritmo

i	x_i	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	x_1	$(\bar{x} - x_1)^2$
2	x_2	$(\bar{x} - x_2)^2$
\vdots	\vdots	\vdots
N	x_N	$(\bar{x} - x_N)^2$
	Σ	Σ
$\bar{x} \Rightarrow$	$\div N$	$\div (N - 1)$
		$\sqrt{\quad}$
	$\Delta \bar{x} \Rightarrow$	$\div \sqrt{N}$

- Melhor estimativa: $x = (\bar{x} \pm \Delta \bar{x})$



Exercício 1

- Mediu-se o diâmetro de 5 cilindros. Determinar a melhor estimativa.

d (mm)
12,05
12,25
12,55
12,35
12,10
$\Delta d = 0,05$

- Estimativa:
- Incerteza:
- Melhor estimativa:



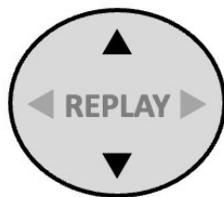
Modo SD: básico

- **MODE** 2 SD
- **MODE** **MODE** 1 Deg
- **MODE** **MODE** **MODE** 3 Norm 1
- **MODE** **MODE** **MODE** **MODE** 1 → 1



Estatística

- [MODE][2]
 x_1 [DT]
 x_2 [DT]
⋮
 x_n [DT]
- [SHIFT][2][1][=] → **média**
- [SHIFT][2][3][=] → **desvio padrão**
- [ANS]/ \sqrt{n} [=] → **incerteza da média**
- Limpar: [SHIFT][CLR][1][=][=]



ref: www.mercadolivre.com.br



Ref.: 220808

26 de 36



Exercício 2

- Mediu-se o comprimento de 5 pinos.
Determinar a melhor estimativa.

C (cm)
5,8
5,2
5,6
5,4
5,6
$\Delta C = 0,1$

• Estimativa:

• Incerteza:

• Melhor estimativa:



Estimativa e Incerteza Estatísticas

Série de Medidas de Única Grandeza no Mesmo Estado

Dadas m séries de n_i medidas	Estimativa (média aritmética)	$\bar{q} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{q}_i$
	Incerteza quadrática (variância da média)	$(\Delta\bar{q})^2 = \frac{s^2(\bar{q}_i)}{\bar{n}}$

onde $\bar{n} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m n_i$ é a média de medidas por série e

$$s^2(\bar{q}_i) = \frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^m (n_i - 1)}$$

é a variância experimental da i -ésima série n_i de medidas (observações) repetidas e independentes.



Exercício 3

- Mediu-se o comprimento de diferentes barras de um mesmo processo de fabricação em três séries com instrumentos diferentes, conforme tabela ao lado. Determinar a melhor estimativa.

	C_1 (cm)	C_2 (cm)	C_3 (cm)
1	20,2	19,3	19,0
2	20,6	19,6	19,5
3	20,4	19,9	21,5
4	18,8	20,3	20,5
5	22,0	21,6	21,0
6		19,9	18,5
7		20,3	19,0
8			20,0
9			20,5
10			20,5
	$\Delta C_1 = 0,2$	$\Delta C_2 = 0,1$	$\Delta C_3 = 0,5$



Exercício 3

- Resultados

	Série 1	Série 2	Série 3
N_i	5	7	10
\bar{C}_i	20,4	20,1	20,0
σ_i	1,14	0,741	1,58
$\Delta\bar{C}_i$	0,5	0,3	0,5*

- Média: $\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{C}_i = 20,16 \dots \cong 20,2$

- Incerteza: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^n (N_i - 1)} = \frac{4 \cdot 1,14^2 + 6 \cdot 0,741^2 + 9 \cdot 1,58^2}{4 + 6 + 9}$

$$\Delta\bar{C} = \frac{s}{\sqrt{N}} = \frac{1,63}{\sqrt{22 \div 3}} = 0,60 \dots = 0,6$$

- Melhor estimativa: **$C = (20,2 \pm 0,6) \text{cm}$**



Exercício 4

- Mediu-se o comprimento de diferentes barras de um mesmo processo de fabricação em duas séries com instrumentos diferentes, conforme tabela ao lado. Determinar a melhor estimativa.

	C_1 (cm)	C_2 (cm)
1	10,2	9,3
2	10,6	9,6
3	10,4	9,9
4	10,8	10,3
5	11,0	11,6
6		9,9
7		10,3
8		9,7
	$\Delta C_1 = 0,2$	$\Delta C_2 = 0,1$





Referências

- G. L. SQUIRES. *Practical Physics*. 4th ed. United Kingdom: Cambrigde, 2001.
- *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição*. 3ª ed. revisada. Rio de Janeiro: ABNT, INMETRO, 2003.
- *Quadro Geral de Unidades de Medida*. 4ª ed. São Paulo: SENAI, 2007.
- *Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados*. INMETRO, 2009.

